توانا بود هر که دانا بود

وزارت فرهنگ

کتاب حساب

سال اول دبیرستانها

۱۳۱۸

آغاز

در این عصر خجسته که اراده خسروانه شاهنشاه دانش‌پرور اعلیحضرت رضا شاه پهلوی
و توجهات حکیمانه والاحضرت همایون ولایتعهد به توسعه و ترقی علوم و فنون و
رفع هرگونه نقص و اختلاف در شئون اجتماعی کشور معطوف است. وزارت فرهنگ
لازم دانست که برنامه آموزشگاهها را با این منظور عالی کاملاً موافق نماید. و نخست باصلاح
برنامه تحصیلات متوسطه پرداخت. و چون اجرای برنامه بی اصلاح کتب درسی میسر
نبود در تاریخ ۲۷ مهرماه ۱۳۱۷ تصویبنامه از هیئت وزیران گذرانید که نگارش
کتب دبیرستانی از پریشانی رهایی یابد و داشتن یکی را لازم ایجاب میکرد. و بموجب آن
هیئتی از استادان و دانشیاران و دبیران که پیشینه تألیف و تدریس داشتند
بنام کمیسیون تهیه و چاپ کتب برگزیده شد تا برای اجرای این مقصود راهی
وضع کنند که همه کتب دبیرستانی بر طبق یک اسلوب مطلوب و موافق با اصول
آموزش و پرورش نگارش یافته علاوه بر مواد علمی و ادبی پرورنده خصائل نیک و اخلاق ستوده را هم
باشد که از عهد باستان در سرشت ایرانیان بوده. مانند میهن‌پرستی و شاه‌دوستی

و راست گفتاری و درست کرداری و دیگر صفات و اخلاق نیکو که منظور اصلی از
هر تعلیم و تربیت می باشد .

پس با پیشنهاد این کمیسیون تألیف کتاب درسی هر یک از مواد برنامه به چند تن
از کسانی که آزموده و شایستگی داشتند ارجاع شد .

اینک کتاب حساب برای سال اول دبیرستانها که تألیف آن به :

آقای دکتر علی افضلی پور   دانشیار

آقای ابوالقاسم نراقی

واگذار شده بود از طرف وزارت فرهنگ منتشر شود که در همه دبیرستانهای پسران
و دختران کشور منحصراً تدریس شود .

وزیر فرهنگ

[illegible]

مقدمه

۱ ـ چندی ـ آنچه را که قابل افزایش یا کاهش باشد چندی (کمیت) گویند .

۲ ـ مقدار ـ جزء محدود ومعینی از چندی را مقداری از آن چندی خوانند .

۳ ـ مثال ـ شماره دانش آموزان یك دبیرستان ـ سنگینی یك کیسه آرد ـ پهنای یك خیابان وروشنی یك چراغ برق هریك بترتیب مقداری از چندی های شماره وزن ، در ازا وروشنائی میباشد .

۴ ـ یکه ـ یکه مقدار معینی است از هر چندی که برای سنجیدن یعنی شمردن یا اندازه گرفتن آن چندی بکار میرود مانند کتاب برای شمردن جنس کتاب و کیلو گرم برای اندازه گرفتن جنس وزن و متر برای اندازه گرفتن جنس در ازا .

۵ ـ چندی بردو گونه است : یکی چندی پیوسته آن است که یکه های آن از یکدیگر جدا نیستند بلکه بیکدیگر پیوسته اند مانند چندی وزن و چندی درازا دیگر چندی ناپیوسته که طبیعة یکه های

آن جدا جدا است مثل جمعیت وکتاب که یکه آنها یك نفر و یك کتاب است .

چنانکه میبینید درین گونه چندی یکه بالطبع معین ومشخص است اما درچندی های پیوسته مقدار معین مشخص از هر چندی را بعنوان یکه آن چندی انتخاب و اختیار می‌کنند مانند متر برای چندی درازا وساعت برای چندی زمان -

۶ - سنجش شمردن مقداری ازچندی ناپیوسته یا اندازه گرفتن مقداری ازچندی پیوسته را سنجش خوانند - بعبارت دیگر سنجش یك مقدار تعیین شماره یکه‌هائی است که درآن مقدار موجود میباشد

۷ - عدد - نتیجه سنجش یك مقدار را بایکه اختیار شده عدد گویند

۸ - مثال - درجعبهٔ چند مداد داریم هر یك از آنها یکه جنس مداد میباشد اگر نتیجه سنجش مداد های این جعبه با یکه هفده شد هفده‌را عدد گوئیم وهمچنین اگر فاصله دو پایه چراغ برق برابر با سی و چهار متر باشد سی و چهار را عدد خوانند -

۹ - عدد مقید و عدد مطلق - هرعددی که با نام یکه همراه باشد مقید خوانند مانند هفت متر پانزده درخت - عددی را که بی نام یکه باشد مطلق گویند مانند هشت و ده -

۱۰ - عدد درست و عدد برخه‌ای - اگر مقداری درست شامل چند یکه تمام باشد نتیجه سنجش این مقدار با یکه عدد درست میباشد اگر درمقداری علاوه بریکه های درست جزئی کوچکتر از یك یکه یافت شود عددی که سنجش این مقدار را نمایش میدهد عددیست برخه‌ای -

برای سنجش جزء کوچکتر از یکه - یکه اصلی را بچند جزء متساوی قسمت نموده یکی از آنها را که یکه برخه‌ای مینامند بعنوان یکه نو انتخاب کرده جزء کوچکتر ازیکه را با این یکه کوچکتر می سنجیم

۱۱ - تعریف علم حساب - حساب علمی است که از خواندن و نوشتن عدد های مطلق وخواص آنها وعمل هائیکه درآنها میتوان انجام داد وراه بکار بردن این عملها درحل مسئله ها گفتگو مینماید -

بخش نخست

شمار

۱۲ ـ شمار بخشی است از حساب که در آن از تشکیل اعداد و قانونهای خواندن ونوشتن آنها بوسیله یکعده واژه ها و علامتهای معین گفتگو مینماید .

۱ ـ تشکیل عدد ها

۱۳ ـ تشکیل عدد ها ـ عدد نخستین یك است اگر بر یك یکی دیگر بیفزائیم دومین عدد بدست میآید و چون این عمل را هرچند بار بخواهیم میتوانیم تکرار نمائیم معلوم میشود که سلسله عدد بی‌پایان است زیرا هراندازه عددی بزرگ فرض شود باز باافزودن یك بر آن میتوان عددی بزرگتر بدست آورد .

۲ ـ شمار گفتنی

۱۴ ـ تعریف ـ مقصود از شمار گفتنی بیان قواعدی است برای نامیدن سلسله بی‌پایان عدد ـ چون سلسله عدد بی‌پایان است اگر میخواستیم برای هریك نام مخصوصی بگذاریم شماره این نامها نیز بی‌پایان وبکار بردن آنها غیر ممکن بود ـ پس ناچار باید قوانینی وضع نمود که نامیدن همه عددهارا بکمك یك عده محدود واژه های معین ممکن سازد

این قواعدرا شمار گفتنی نامند ـ برای روشن شدن مطلب بذکر مثالی میپردازیم :

۱۵ ـ در کتابخانه ای کلیه کتابها در طبقه هـای مختلف بعده مساوی قرار گرفته مثلا بیست طبقه که در هر یک دوازده جلد کتاب یافت میشود وکتابهای هرطبقه نیز شماره مشخص دارد در این صورت هر کتابی را که طبقه و شمـاره آنرا بدانیم میتوانیم بآسانی بیابیم مثلا میگوئیم کتاب هشتم ازطبقه پنجم ـ ولی اگر کتابها طبقه بندی نشده فقط شماره آنها معلوم باشد برای یافتن کتاب شماره پنجاه و ششم که همان کتاب پیش است وقت بیشتری لازم خواهد بود ـ

قواعد شما را اعداد تقریباً بر همین پایه قرار گرفته است یعنی برای شمردن اعداد هم طبقه ها و مرتبه هائی اختیار شده و چون نخستین وسیله برای شمردن انگشتان دست بوده عادت بر این جـاری شده که هر مرتبه شامل ده عدد باشد ـ این نوع شمار را شمار ده دهی (اعشاری) نامند ولی ممکن است که شماره عدد های موجود در یك مرتبه برابر ده نبوده بلکه شش یاهشت یادوازده باشد ـ **در شمار ده دهی عدد ده را پایه گویند**

۱۶ ـ شمار ده دهی (اعشاری) ـ عدد یك یکهٔ (واحد) مرتبه اول است و عدد های : یک دو سه چهار پنج شش هفت هشت نه که هریک نام مخصوصی دارند مرتبه اول یامرتبه یکان (آحاد) را تشکیل میدهند اگر یک یکه برنه بیفزائیم عدد ده بدست میآید که دهمین عددمرتبه یکان‌است‌وآنرابعنوان‌یکه مرتبه دوم که‌مرتبه‌دهگان(عشرات)است اختیار مینمائیم پس ده یکه مرتبه نخست یک یکه مرتبه دوم‌را میسازد

که آنرا دهه (عشره) گویند و عدد های یک دهه دودهه سه دهه . . .
. . . . هشت دهه نه دهه را که بنامهای ده بیست سی چهل پنجاه
شصت هفتاد هشتاد نود نامیده میشوند عدد های مرتبه دوم میباشند
اگر یک یکه مرتبه دوم که ده باشد بر نود بیفزائیم عدد صد که دهمین
عدد مرتبه دهگان است بدست میآید و آنرا بعنوان یکه مرتبه سوم که
مرتبه صدگان (مأت) است اختیار مینمائیم -

برای نامیدن عددهائی که بین دو دهگان متوالی قرار گرفته اند
نام دهگان کوچکتر را بضمیمه شماره یکانهای لازم ذکر مینمائیم مانند :
سی و یک سی و دو . . . . سی وهشت سی ونه وهفتادو یک هفتادودو . . .
ولی عدد های واقعه بین ده وبیست نامهای مخصوصی دارند وبجای اینکه
بگوئیم ده ویك وده ودو وده وسه . . . . . ده ونه میگوئیم : یازده دوازده
سیزده چهارده پانزده شانزده هفده هیجده نوزده -

چنانچه گفتیم ده دهگان یعنی ده یکه از مرتبه دوم تشکیل یك
صده یایك یکه ازمرتبه سوم را میدهد و اعداد یك صد دوصد سه صد
چهار صد . . . . نه صدرا که مرتبه سوم یامرتبه صدگان را میسازد مرتباً
بنامهای صد دویست سیصد چهار صد پانصد ششصد هفتصد هشتصد
نهصد میخوانیم -

برای نامیدن اعدادواقع بین دوصدگان متوالی مانند سیصد چهارصد
نام صدگان کوچکتررا گفته و درپی آن نام دهگان و یکان لازم را ذکر
میکنیم مثلا سیصدو یك سیصد و دو . . . سیصدو دوازده . . . سیصد و
هفتادو پنج . . . . سیصدو نود . . . . سیصدو نودو نه

از یك تانهصدو نودو نه را طبقه اول اعداد یا طبقه یکان خوانیم
ونباید فراموش کرد که مرتبه یکان غیراز ازطبقه یکان است -

ده یکه ازمرتبه سوم یاده صد یاك یکه ازمرتبه چهارم را میسازد و آنرا هزار گویند که یکه مرتبه اول از طبقه دوم است برای نامیدن اعداد بزرگتر از هزار همان عملی را که در بارهٔ یاك یکه مرتبه نخست از طبقه اول انجام دادیم در بارهٔ هزار که یکه مرتبه اول از طبقه دوم است اجرا مینمائیم بدینطریق میتوانیم اعدادرا تانهصدو نود ونه هزارو نهصدو نود ونه بنامیم واضح است که‌عدد ده‌هزار یکه مرتبه دوم ازطبقه‌دوم وعدد صدهزار یکه مرتبه سوم ازطبقه دوم میباشد بنابراین درهر طبقه سه مرتبه موجود است و واحد مرتبه نخست هر طبقه هزار برابر یکه مرتبه نخست طبقه پیش از آنست ـ

هزار برابر یکه مرتبه نخست از طبقه دوم را یك میلیون نامند واین عدد یکه مرتبه اول از طبقه سوم است ـ یکه مرتبه اول از طبقه چهارم یك بلیون یا یك میلیارد است که برابر هزار میلیون میباشد در جدول زیرین مرتبه ها وطبقه های مختلف دیده میشود ـ

طبقه اول یکان			طبقه دوم هزارگان			طبقه سوم میلیونها			طبقه چهارم بلیونها		
مرتبه ۱	مرتبه ۲	مرتبه ۳	مرتبه ٤	مرتبه ٥	مرتبه ٦	مرتبه ۷	مرتبه ۸	مرتبه ۹	مرتبه ۱۰	مرتبه ۱۱	مرتبه ۱۲
مرتبه ۱ مرتبه ۱	مرتبه ۲ مرتبه ۱	مرتبه ۳ مرتبه ۱	مرتبه ۱ مرتبه ۲	مرتبه ۲ مرتبه ۲	مرتبه ۳ مرتبه ۲	مرتبه ۱ مرتبه ۳	مرتبه ۲ مرتبه ۳	مرتبه ۳ مرتبه ۳	مرتبه ۱ مرتبه ٤	مرتبه ۲ مرتبه ٤	مرتبه ۳ مرتبه ٤
یکان	دهگان	صدگان	یکان هزار	دهگان هزار	صدگان هزار	یکان میلیون	دهگان میلیون	صدگان میلیون	یکان بلیون	دهگان بلیون	صدگان بلیون

٣ ـ شمار نوشتنی

۱۷ ـ تعریف ـ مقصود ازشمار نوشتنی بیان قواعدی است برای نوشتن سلسله بی‌پایان عدد بوسیلهٔ عدهٔ محدود علامتهای معین ـ

۱۸ ـ نوشتن اعداد ـ همان قسم که نامهای مخصوصی برای نه عدد مرتبه نخست طبقه اول اختیار شد نه علامت هم برای نمایش آنها بکار میرود بدینقرار : ۱ (یك) و ۲ (دو) و ۳ (سه) و ٤ (چهار) و ٥ (پنج) و ٦ (شش) و ۷ (هفت) و ۸ (هشت) و ۹ (نه) ـ

همین نه علامت برای نمایش اعداد همه مراتب هریك از طبقات بکار میرود مثلا گوئیم : ۱ دهه ، ۲ دهه ۳ دهه . . . . ۹ دهه ، ۲ صده . . . ۹ صده و برای اینکار کافی است بترتیب یکانهای هر مرتبه را با ذکر مرتبهٔ که این یکانها نمایش آنها میباشند بنویسیم بدینطریق نوشتن همه ممکن وآسان میگردد

درکشور ایران نیز مانند کشورهای دیگر ازچپ براست عددها را مینویسند بدینقرار که ازبزرگترین مرتبه بزرگترین طبقات شروع نموده وبمرتبه یکان طبقه اول که درراست نوشته میشود ختم مینمایند ودرهر طبقه بترتیب ازچپ براست پیکر صدگان وپیکر دهگان را قرار میدهند وطبقه بزرگتر درچپ طبقه کوچکتر نوشته میشود

۱۹ ـ مثال ـ برای نوشتن عدد هفت هزار و سیصد و پنجاه و چهار ــ اول پیکر هفت‌را که نمایش یکان طبقه هزاران است درسمت چپ وپس از آن پیکر سه را که نمایش شماره صد هاست و سپس پیکر پنج‌را که نمایش شماره دهگان است وبالاخره پیکر چهار را که نمایش مرتبه یکان است مینویسیم بدینقسم : ۷۳٥٤

۴۰ ـ علامت صفر ـ ممکن است عددی یك یا چندین مرتبه پیاپی یا غیر پیاپی را دارا نباشد دراینحال برای حفظ آن مرتبه ها بمنظور رعایت مراتب بالاتر بجای مرتبه هائی که درعدد یافت نمیشود علامت (۰) را که صفر نام دارد میگذاریم

مثال ـ عددهای سه‌هزار و هفصدو پنج ـ و چهل و پنجهزار و نه‌را چنین مینویسیم : ۳۷۰۵ و ۴۵۰۰۹ عدد نخست مرتبه دهگان طبقه اول را نداشته بجای آن صفر گذازده‌ایم و عدد دویم مرتبه های دهگان وصدگان طبقه اول را نداشته است ـ

۴۱ ـ خواندن عدد ها ـ برای خواندن عدد کوچکتر ازهزار نخست مرتبه صدگان سپس مرتبه دهگان و بالاخره مرتبه یکان را که بترتیب ازچپ براست نوشته شده میخوانیم هر مرتبه باحروف (و) بمرتبه بعد متصل میگردد .

مثال ـ عدد ۷۲۵ را چنین میخوانیم : هفتصد و بیست و پنج ـ
برای خواندن عدد بزرگتر ازهزار نخست آنرا ازسمت راست بطبقه های سه پیکری قسمت کرده وهریك ازاین طبقه‌هارا مانند عد کوچکتر ازهزار خوانده وبمرتبه یکان هر طبقه نام یکان آن طبقه را میفزائیم .

مثال : ـ میخواهیم عدد۸۰۰۹۵۲۰۶ را بخوانیم ـ ازسمت راست آنرا بطبقه های سه پیکری تقسیم کرده می‌بینیم این عدد دارای طبقه های یکان و هزاران و میلیون است وآنرا همانطور که گفته شد بدینقسم میخوانیم : هشتاد میلیون و نودو پنجهزارو دویست وشش

مسئله ها

مسئله ۱ ـ (نمونه) ـ عدد ۷۵۴ مفروض است میخواهیم بدانیم اگر صفری درراست پایین دوپیکر پیایی آن بگذاریم چه تغییری دراین عدد روی میدهد ؟

الف ـ اگر صفر درسمت راست عدد گذارده شود ٤ که نمایش یکان است به ٤ دهگان و ٥ دهگان به ٥ صدگان و ۷ صدگان به ۷ هزار تبدیل میگردد بعبارت دیگر یکه هرمرتبه بیکه مرتبه بالاتر مبدل گشته ـ پس عدد مفروض نیز ۱۰ برابر یعنی ۹ برابر آن برآن افزوده شده است

ب ـ اگر صفررا بین ٤ و ٥ قرار دهیم در پیکر یکان تغییری روی نمیدهد ولی چنانکه گفته شد پیکر های دهگان وصدگان هریك ده برابر میشوند یعنی هریك ده بیك صده تبدیل شده یا ۱۰ برابر میگردد وبعبارت دیگر ۹ برابر هر ده بآن اضافه میشود پس به ٥ ده ۹ برابر ٥ ده که چهل و پنج ده یا ٤٥٠ است افزوده میشود ـ بهمین ترتیب دیده میشود ۷ صده به هفت هزار تبدیل شده و ۹ برابر ۷ صده یا ٦۳۰۰ بآن افزوده شده پس بر عدد مفروض باندازهٔ ٦۷٥۰ = ٤٥۰ + ٦۳۰۰ که ۹ برابر ۷٥۰ باشد افزوده شده ـ

ج ـ اگر صفر را بین ٥ و ۷ قرار دهیم دیده میشود که بعدد مفروض ۹ برابر هفت صده یا ٦۳۰۰ افزوده میشود ـ

قاعده ـ اگر صفری مابین دوپیکر پیاپی عددی بگذاریم عدد مفروض باندازه ۹ برابر عددی که در چپ صفر قرار دارد بزرگتر میشود و نیز میتوان دید اگر دو صفر بین دو پیکر پیاپی عددی قرار دهیم عدد مفروض باندازهٔ ۹۹ برابر عددی که درسمت چپ این دوصفر قرار دارد بزرگتر میشود

مسئله ۲ ـ عدد های ۳۷٥ و ٤۹٤٥ و ٥۰٦۳ ، ۱۰۳ مفروض معین کنید اگر بترتیب یك یا دو یا سه صفر درراست آنها بین پیکر های پیاپی هریك قرار دهیم چه تغییری درآن عدد روی میدهد

مسئله ۳ ـ عددهای ۷۳ و ٤۰۹ و ۷۰۰٤ مفروض معین کنید اگر یك صفر درراست ودر همان حال صفری بین دوپیکر پیاپی هریك قرار دهیم چه تغییری دراین عددها روی میدهد ـ

مسئله ۴ ـ (نمونه) ـ میخواهیم تعیین کنیم چند عدد درست یك پیکری یا دوپیکری یا سه‌پیکری یا . . . . . موجود است ـ

الف ـ چنانچه میدانیم شماره اعداد یك پیکری ۹ میباشد ـ

ب ـ کوچکترین عدد دوپیکری ۱۰ و کوچکترین عدد سه پیکری ۱۰۰ میباشد پس شماره اعداد دوپیکری برابر خواهد بود با ۹۰=۱۰ – ۱۰۰

ج ـ بهمین ترتیب دیده میشود شماره عدد های سه پیکری برابر میباشد با ۹۰۰=۱۰۰ – ۱۰۰۰ و . . . .

مسئله ۵ ـ تعیین کنید چند عدد سه پیکری مابین دو عدد ۳۸۱ و ۶۹۵ یافت میشود (جواب : ۳۱٤ عدد)

مسئله ۶ ـ کتابی دارای ٥٤۸ صفحه است تعیین کنید چند پیکر برای نمایش شماره صفحه‌های این کتاب بکار رفته (جواب : ۱٥۳۶)

مسئله ۷ ـ سلسله طبیعی عدد ها را ازیك تاهزار پی‌درپی بترتیب مینویسیم تعیین کنید :

الف ـ چند بار علامت صفر وهریك ازپیکرهای ۹ گانه ۱ و ۲ و ۳ . . . . و ۹ بکار میروند ؟

ب ـ مجموع شماره‌پیکر هائی‌را که بکار رفته مستقیماً ویاباجمع نمودن عددهائی که درقسمت الف بدست آمده تعیین کنید ـ

ج ـ تعیین کنید پیکر های سیصد و شصت و پنجم و هفتصدو چهل و یکم وهزارو هشتصدو هفتادو هشتم این رشته چیست ؟

مسئله ۸ ـ برای نمایش شماره صفحه های کتابی ۱۰۷۷ پیکر بکار رفته است تعیین کنید شماره صفحه های این کتاب‌را (جواب : ۳۹٥)

مسئله ۹ ـ (نمونه) ـ اگر در عدد ۳۸ جای پیکر ها را تغییر دهیم چه تغییری دراین عدد روی میدهد ؟

حل ـ اگر یك یکه از پیکر یکان این عدد کم کنیم عدد باندازهٔ یك یکه کوچکتر میگردد و اگر یك یکه بر‌پیکر یکان بیفزائیم عدد مفروض ۱۰ یکه بزرگتر میگردد ـ پس‌اگر یك یکه ازپیکر یکان برداشته وآنرا برپیکر دهگان بیفزائیم عدد مفروض باندازه ۹=۱ – ۱۰ یکه بزرگ میشود ـ بنابراین اگر ۸را

بجای ۳ و ۳ را بجای ۸ بگذاریم مثل آنستکه ۵ یکه از پیکر یکان کم کرده بر پیکر دهگان افزوده ایم پس عدد مفروض باندازهٔ ۴۵ = ۵ × ۹ بزرگتر میشود و چنانکه می بینیم ۴۵ = ۳۸ − ۸۳ است

قاعده - هرگاه درعدد دوپیکری جای پیکرهای یکان و دهگان را تغییر دهیم عدد مفروض باندازهٔ ۹ برابر اختلاف بین دو پیکر یکان ودهگان بزرگتر و یا کوچکتر میگردد - واضح است اگر پیکر یکان بزرگتر باشد عدد مفروض بزرگتر واگر پیکر دهگان بزرگتر ازیکان باشد عدد کوچکتر میگردد

مسئله ۱۰ - معین کنید اگر درعددهای سه‌پیکری ۹۱۴ و ۵۰۷ و ۲۶۹ و ۴۸۱ جای دوپیکر یکان و صدگان را تغییر دهیم چه تغییری در هریك از این عددها روی میدهد وقاعدهٔ نظیر قاعدهٔ مسئله نمونه بالا ذکر کنید .

مسئله ۱۱ - معین کنید اگر در هریك از عددهای ۹۷ و ۱۵ و ۴۰ و ۲۶ و ۷۳ و ۱۹۴ و ۳۰۷ و ۴۲۸ جای پیکرهای یکان و دهگان را تغییر دهیم درهریك چه‌تغییری روی میدهد ؟

بخش دوم

چهار عمل اصلی

۱ - جمع

۴۲ - **تعریف** - منظور ازجمع چندین عدد بدست آوردن عددیست بنام مجموع یاحاصل جمع که بتنهائی دارای همانقدر یکه باشد که درآن چند عدد موجود است -

علامت جمع - علامت جمع(+)وآنرا بعلاوه یاباضافه میخوانیم-

تبصره - تنها میتوان اعدادی‌را جمع نمود که ازیك جنس‌بوده و با یك یکه بیان شده باشد مثلا نمیتوان هشت کتاب را باده مداد جمع نمود اگر اعداد مقیدی که میخواهیم باهم جمع کنیم از یك جنس بوده ولی یکه های آنها مشترك نباشد پیش از عمل یکه ها را هم‌جنس نمود و بعد عمل جمع را بجا میآوریم مثلا اگر بخواهیم ۱۲۵ متر را با ۳ کیلومتر جمع کنیم نخست ۳ کیلو متر رابایکه متر بیان میکنیم میشود ۳۰۰۰ متر سپس این عدد را با ۱۲۵ جمع مینمائیم و حاصل جمع از جنس متر حواهد بود -

۴۳ - **قاعده** - وقتی میخواهیم چندعدد را با یکدیگر جمع کنیم نخستین عدد را باعدد دویم وحاصل جمع این دو را باسومی واین حاصل جمع را با چهارمی جمع مینمائیم وعمل را آنقدر ادامه میدهیم تاحاصل جمع همه عدد ها بدست آید -

مثال ـ در سه جعبه بترتیب ۸ و ۵ و ۳ مداد است اگر مدادهای جعبه دوم را یك یك درجعبه اول قرار دهیم پس از تمام شدن مدادهای جعبه دویم درجعبه اول ۱۳ = ۱ + ۱ + ۱ + ۱ + ۱ + ۸ مداد خواهد بود حال اگر مدادهای جعبه سوم را نیز در جعبه اول بگذاریم پس از تمام شدن مدادهای جعبه سوم درجعبه اول ۱۶ = ۱ + ۱ + ۱ + ۱۳ مداد میباشد پس گوئیم مجموع یا حاصل جمع عددهای ۸ و ۵ و ۳ عدد ۱۶ است و آنرا چنین نمایش میدهیم ۱۶ = ۳ + ۵ + ۸

۳۴ ـ اصل ۱ ـ (۱) اگر ترتیب اعدادی را که میخواهیم با یکدیگر جمع کنیم تغییر دهیم در حاصل تغییری روی نمیدهد

مثال ـ ۲۱ = ۳ + ۷ + ۲ + ۹ و نیز ۲۱ = ۹ + ۷ + ۳ + ۲

۳۵ ـ اصل ۲ ـ اگر دریك عمل جمع بجای چندین عدد مجموع آنها را قرار دهیم در حاصل جمع تغییری روی نمیدهد

مثال ـ ۲۴ = ۲ + ۳ + ۶ + ۵ + ۸ و نیز ۲۴ = ۵ + ۱۹ = (۲ + ۳) + (۶ + ۵ + ۸)

۳۶ ـ اصل ۳ ـ برای اینکه عددی را بمجموع چند عدد بیفزائیم کافیست آنرا بیکی از این عددها اضافه نمائیم

مثال ـ ۲۴ = ۴ + ۲۰ = ۴ + (۹ + ۳ + ۲ + ۶) و نیز

۲۴ = ۹ + ۳ + ۶ + ۶ = ۹ + ۳ + (۴ + ۲) + ۶

۳۷ ـ اصل ۴ ـ اگر هریك از عددهائی را که میخواهیم با یکدیگر جمع کنیم چندبار بزرگ یا کوچك کنیم حاصل جمع هم همانقدر بزرگ یا کوچك میگردد

---

(۱) دانستن مطالبی که بعنوان اصل گفته میشود برای دانش آموزان لازم است و اثبات آنها بعدا در جبر ومقابله وحساب استدلالی گفته خواهد شد.

مثال - ۳+۵+۶=۱۴ و ۶+۸+۴×۲=۲۰

(۳×۲)+(۵×۲)+(۶×۲)=۶+۱۰+۱۲=۲۸=۱۴×۲

(۶:۲)+(۸:۲)+(۴:۲)+(۲:۲)=۳+۴+۲+۱=۱۰=۲۰:۲

برای آنکه دانش آموزان بخوبی بمنمای جمع پی ببرند مثال زیرین را ذکر میکنیم -

مثال - در سه خیابان شهرستان سیم برق کشیده‌اند درازای سیم برق در اولی ۳ کیلومتر و ۲ هکتو متر و ۸ دکامتر و ۵ متر ودر دومی ۱ کیلو متر و ۷ دکامتر و ۶ متر و در سومی ۷ هکتومتر و۳ دکامتر ۹ متر میخواهیم بدانیم درین سه خیابان چقدر سیم بکار رفته است -

برای تعیین درازی همه سیمها بهتر است اول کیلومتر ها را باهم و هکتومتر ها را با هم و دکامتر ها را نیز باهم و متر ها را باهم جمع کرده سپس حاصل جمع را به متر تحویل کنیم - پس گوئیم درازی سیم برق عبارتست از (کیلومتر ۴ = ۱ + ۳)و(هکتومتر ۹ = ۷ + ۲) و (دکامتر ۱۸ = ۳ + ۷ + ۸)و(متر ۲۰ = ۹ + ۶ + ۵) میباشد یعنی ۴ کیلومتر و ۹ هکتومتر و ۱۸ دکامتر و ۲۰ متر ولی چون متر ۴۰۰۰=۴ کیلو متر و متر ۹۰۰=۹ هکتو متر و متر ۱۸۰=۱۸ دکامتر پس درازی سیم ها برابر متر ۵۱۰۰ = ۲۰ + ۱۸۰ + ۹۰۰ + ۴۰۰۰ یعنی ۵ کیلو متر و یك هکتومتر خواهد بود

۳۸ - قاعده - برای جمع شدن چند عدد دو حالت تشخیص میدهیم:

حالت نخست - هر گاه عدد هائی را که میخواهیم جمع کنیم همه دارای یك پیکر یابعبارت دیگر همه از مرتبه یکان باشند آنها رازیر یکدیگر در یك ستون نوشته و بترتیبی که گفته شد آنها را با هم جمع میکنیم یعنی عدد نخستین را با عدد دوم و حاصل را با سومی و .... جمع میکنیم تا اینکه حاصل جمع همه عدد ها بدست آید.

مثال - میخواهیم عدد های ۵ و ۷ و ۶ و ۹ و ۲ را باهم
جمع کنیم طرز عمل چنین است :
حاصل جمع مساویست با ۲۹

۵
۷
۶
۹
۲
۲۹

اگر عدد هائی که میخواهیم جمع کنیم همه از یك مرتبه باشند طرز عمل باز بهمین قرار است و مرتبه حاصل جمع عبارت خواهد بود از مرتبه مشترك آن عدد ها -

حالت ۳ - از آنچه گفته شد چنین بر میآید که برای جمع چندین عدد چند پیکری باید یکان هر مرتبه را با هم جمع نموده و بعد حاصل را مرتب کرد -

مثال - میخواهیم سه عدد ۷۰۶۲ و ۵۶۰۸ و ۴۷۵۹ را با هم جمع کنیم طرز عمل چنین است :

عدد ها	هزار	صده	دهه	یکه
۷۰۶۲	۷	۰	۶	۲
۵۶۰۸	۵	۶	۰	۸
۴۷۵۹	۴	۷	۵	۹
مجموع	۱۶	۱۳	۱۱	۱۹

مجموع این سه عدد دارای ۱۹ یکه و ۱۱ دهه و ۱۳ صده و ۱۶ هزار است اما ۱۹ یکه برابر ۹ یکه و یك دهه میباشد پس عدد مفروض دارای ۹ یکه و ۱۲ = ۱ + ۱۱ دهه است و چون ۱۲ دهه برابر ۲ دهه و یك صده میباشد حاصل جمع دارای ۹ یکه و ۲ دهه و ۱۴ = ۱ + ۱۳ صده میباشد ولی ۱۴ صده برابر ۴ صده و ۱ هزار است پس حاصل جمع دارای ۹ یکه و ۲ دهه و ۴ صده و ۱۷ = ۱ + ۱۱ هزار خواهد بود بنا براین :

۱۷۴۲۹ = ۹ + ۲۰ + ۴۰۰ + ۱۷۰۰۰ = ۴۷۵۹ + ۵۶۰۸ + ۷۰۶۲ وحاصل
جمع سه عدد مفروض بدست میآمد ·

۲۹ - طرز عمل - چنانکه از این مثال برمیاید برای جمع چندین عدد آنها را بطوری زیر یکدیگر مینویسیم که یکانهای مرتبه های مختلف زیر یکدیگر قرار گیرند - خطی افقی در زیر آنها میکشیم سپس ازسمت راست شروع نموده یکانهای مرتبه نخست را با هم جمع میکنیم - اگراین حاصل از ۹ تجاوز ننمود خود آن عدد را درزیر خط افقی مینویسیم و اگر حاصل جمع یکانها از ۹ بیشتر بود یکان حاصل جمع رانوشته‌و دهگان آنرا با دهگان اعداد جمع کردنی میافزائیم و بهمین طریق عمل را ادامه میدهیم تا همه مرتبه ها جمع شوند .

۳۰ - جمع های‌طویل-هرگاه عدۀزیادی عددهارا بخواهیم‌باهم‌جمع کنیم برای آسانی وجلوگیری از اشتباه بهتراست آنها را بچند دسته‌قسمت کرده عمل جمع را در هر دسته جداگانه انجام داده و حاصل جمع‌های جزو رابا یکدیگر جمع مینمائیم - میتوان بطریق دیگر نیز جمعهای‌طویل را انجام داد که ضمن جمع هر ستون وقتی حاصل جمع از ۲۰ یا ۵۰ متجاوز شد نقطۀ در کنار آن عدد گذارده اضافه حاصل جمع بر ۲۰ یا ۵۰ را با عدد های دیگر جمع نمود و عمل را ادامه میدهیم - پس از اتمام عمل جمع درآن ستون البته باید باندازۀ شماره نقطه ها ۲۰ یا ۵۰ بمجموعی که بدست آمده افزوده و بعد از نوشتن یکان آن مرتبه بقیه را بستون بعد اضافه کرد .

مثال ۲ − ۷ = (۲ + ۶) − ۱۳ ۷ = ۶ − ۱۳

وچنانکه دیده میشود ۲ − ۷ = ۵ = ۸ − ۱۳ = (۲ + ۶) − ۱۳

و یا ۳ + ۹ = (۳ − ۸) − ۱۷ ۹ = ۸ − ۱۷

وچنانکه دیده میشود ۳ + ۹ = ۱۲ = ۵ − ۱۷ = (۳ − ۸) − ۱۷

۳۵ - **اصل ۴** - اگر در تفریقی بر عدد بزرگتر و کوچکتر عدد معینی اضافه یا از آنها عدد معینی را کم کنیم در مانده تغییری روی نمیدهد.

مثال ۹ = (۴ + ۶) − (۴ + ۱۵) ۹ = ۶ − ۱۵

وچنانکه دیده میشود ۹ = ۱۰ − ۱۹ = (۴ + ۶) − (۴ + ۱۵)

وهمچنین ۱۱ = (۳ − ۷) − (۳ − ۱۸) ۱۱ = ۷ − ۱۸

وچنانکه دیده میشود ۱۱ = ۴ − ۱۵ = (۳ − ۷) − (۳ − ۱۸)

۳۶ - **اصل ۵** - برای اینکه حاصل جمع چند عدد را از یک عدد تفریق کنیم کافی است هریك از آن عدد ها را بترتیب از آن عدد کم کنیم.

مثال = ۹ − ۲ − ۲۴ = ۹ − ۲ − ۳ − ۲۷ = (۹ + ۲ + ۳) − ۲۷

۱۳ = ۹ − ۲۲

وچنانکه دیده میشود ۱۳ = ۱۴ − ۲۷ = (۹ + ۲ + ۳) − ۲۷

۳۷ - **اصل ۵** - برای اینکه ماندهٔ دوعدد را بر عدد دیگر بیفزائیم کافیست عدد بزرگتر رابر آن عدد افزوده وعدد کوچکتر را از حاصل کم کنیم.

مثال - ۳۰ = ۳ − ۳۳ = ۳ − ۸ + ۲۵ = (۳ − ۸) + ۵۲

وچنانکه دیده میشود ۳۰ = ۵ + ۲۵ = (۳ − ۸) + ۲۵

۳۸ - **اصل ۶** - برای اینکه ماندهٔ دوعدد را ازدیگری کم کنیم

کیلو گرم	تن	کیلو گرم	تن	
۱۲۷۳	٤	۲۷۳	٥	داشته
۷٦۸	۳	۷٦۸	۳	فروخته
٥۰٥	۱			مانده

چنانکه دیده میشود ماندهٔ این تفریق یعنی مقدار جوی که برای علاف مانده یك تن و پانصد وپنج کیلو گرم است

۳۹ - عمل تفریق - برای تفریق کردن عددی از عدد دیگر دو حالت تشخیص میدهیم:

۴۰ - حالت ۱ - اگر عدد کوچکتر یك پیکری است آن رادر صورت امکان از پیکر یکان عدد بزرگتر کم میکنیم حاصل پیکر یکان مانده‌است ــ سایر مرتبه‌های عدد بزرگتر بهمان صورت در مانده نوشته می شود ــ

اگرعدد یك پیکری ما ازپیکر یکان عدد بزرگتر بزرگترباشد یك دهه ازعدد بزرگتررا ازجنس یکان کرده بریکان عدد بزرگتر میفزائیم تا تفریق ممکن گردد:

مثال ۱ - میخواهیم عدد ٦ را از عدد ۱۲٥۹ کم کنیم ــ طرز عمل چنین است :

۱۲٥۹ــ

٦

ـــــــــــــ

۱۲٦۳ مانده

مثال ۲ - میخواهیم عدد ۹ را از عدد ۳۷۲ تفریق کنیم ــ طرز عمل چنین است :

مانده برابر ۳۳۶۲۵۲ میباشد

۴۳ - قاعده - از آنچه تا بحال گفته شده چنین بر میآید که بطور خلاصه برای تفریق کردن عددی از عدد بزرگتر لازمست عدد کوچکتر را زیر عدد بزرگتر بطوری بنویسیم که یکان مرتبه‌های مختلف زیر یکدیگر قرار گیرند - سپس خطی افقی زیر آنها کشیده از سمت راست شروع بعمل میکنیم - هرگاه بتوان هر پیکر عدد کوچکتر را ازپیکر نظیرش درعدد بزرگتر کم نمود این عمل را انجام داده پیکرهائیرا که بدین طریق بدست میآیند بترتیب در زیر خط افقی مینویسیم مانده بدست میآید ولی اگر پیکری از عدد کوچکتر از پیکر همان مرتبه در عدد بزرگتر بزرگتربود یك یکه از مرتبهٔ بالاتر عدد بزرگتر را از جنس این مرتبه میکنیم تاتفریق ممکن گردد این عمل را میتوان بطریق دیگر نیز تعبیر نمود:

مثال - میخواهیم عدد ۲۹ را از عدد ۵۳ تفریق کنیم - بنابر اصل ۳ اگر عدد معینی را بر هریك از این دو عدد بیفزائیم در مانده تغییری حاصل نمیشود پس ۱۰ یکه بهر یك از دو عدد اضافه میکنیم یعنی یك دهه بعدد کوچکتر و ده یکه بعدد بزرگتر میفزائیم - دراین صورت پیکر یکان عدد بزرگتر ۱۳ وپیکر دهگان عدد کوچکتر ۳ میگردد و تفریق ممکن میشود - صورت عمل چنین است:

یکان	دهگان
۳	۵
۹	۲
۱۳	۵
۹	۳
۴	۲ مانده

چنانکه دیده میشود مانده برابر ۲۴ است

۴۳ - تفریق بصورت جمع - بجای آنکه هر یک از پیکرهای عدد کوچکتر را از پیکر همان مرتبه در عدد بزرگتر کم کنیم میتوان عددی را در ذهن پیدا کرد که چون بر پیکر مفروض عدد کوچکتر افزوده شود پیکر عدد بزرگتر حاصل گردد:

مثال - میخواهیم ۱۹۳ را از ۶۴۷ کم کنیم صورت عمل چنین است :

```
   ۶۴۷ –
   ۱۹۳
  ─────
   ۴۵۴   مانده
```

گوئیم ۳ و ۴ میشود ۷ و ۴ را زیر خط افقی مینویسیم — بعد میگوئیم ۵ و ۹ میشود ۱۴ و ۵ را زیر خط افقی مینویسیم سپس گوئیم ۱ و ۱ میشود ۲ وچون ۲ و ۴ میشود ۶ عدد ۴ را زیر خط افقی مینویسیم — مانده میشود ۴۵۴

۴۴ - امتحان عمل تفریق - از قاعدهٔ کلی که برای تفریق گفته شد و از روی سومین تعریف تفریق میتوان چنین نتیجه گرفت که برای امتحان عمل تفریق کافی است مانده را با عدد کوچکتر جمع کنیم حاصل جمع باید برابر عدد بزرگتر گردد — میتوان نیز مانده را از عدد بزرگتر کم کرد — ماندهٔ این تفریق جدید باید برابر عدد کوچکتر گردد.

مثال - میخواهیم بدانیم که این عمل تفریق درست است یا نه:

```
   ۳۰۴۶ –
   ۱۳۰۹
  ──────
   ۱۷۳۷   مانده
```

مانده را باعدد کوچکتر جمع میکنیم میشود:

+ ۱۳۰۹	عدد کوچکتر
۷۳۷	مانده
۲۰٤٦	عدد بزرگتر

یا اینکه مانده را از عدد بزرگتر کم کنیم‌میشود:

۲۰٤٦	عدد بزرگتر
۷۳۷	مانده
۱۳۰۹	عدد کوچکتر

پس عمل مادرست بوده است.

مسئله های جمع و تفریق

مسئلهٔ ۱۳ - (**نمونه**) - اگر از مجموع دو عدد مانده آنها را کم کنیم میخواهیم بدانیم مانده چقدر است؟

حل - میدانیم ماندهٔ دوعدد برابر زیادتی عدد بزرگتر است بر عددکوچکتر بنا براین اگر ماندهٔ دو عدد را از مجموع آنها کم کنیم مثل این است که زیادی‌عدد بزرگتر را بر عدد کوچکتر ازحاصل جمع کم کرده باشیم - پس واضح است که ماندهٔ اخیر مساوی دو برابر عدد کوچکتر خواهد بود.

مسئلهٔ ۱۳ - اگر مانده دو عدد را بر مجموع آنها بیفزائیم حاصل چقدر میشود (دوبرابر عدد بزرگتر).

مسئلهٔ ۱۴ - مجموع دوعدد ۵۳ وماندهٔ آنها ۱۷ است آن دو عدد را بیابید (۳۵و۱۸).

مسئلهٔ ۱۵ - مجموع دوعدد جفت پیاپی ٥٤ است آن عددرابیابید (۲٦و۲۸)

مسئلهٔ ۱٦ - مجموع دوعدد فرد پیاپی ۲۸ است آن عدد را بیابید (۱۳و۱۵)

احضار شده ومیدانیم اگر ۷ ماه دیر تر متولد میشد درفروردین ۱۳۱۹ برای خدمت احضار میشد ـ مطلوبست سال و ماه تولد او (شهریور ماه ۱۲۹۸)

مسئله ۴۱ ـ شخصی در آخر اسفند ماه ۱۳۱۷ ؛ خدمت زیر پرچم خود را بپایان رسانده میخواهیم بدانیم برادر او که ٤ سال و ۹ ماه از او کوچکتر است در چه تاریخی برای خدمت زیر پرچم احضار میشود.

مسئله ۴۲ ـ پدری درآبانماه ۱۲۸۷ متولد شده و درموقع مقرر خدمت زیر پرچم‌خود را انجام داده و ۱٤ ماه پس ازخاتمه آن دارای یك پسر وسه سال ۷ماه پس از تولد پسر اولش دارای پسر دیگری شده معین کنید :

۱ ـ پدر درچه تاریخی خدمت زیر پرچم خود را شروع و درچه تاریخی آنرا بپایان رسانده.

۲ ـ موقعیکه‌پسر بزرگتر بخدمت احضارمیشودسن پدر وهریك از دوپسر بسال و ماه چقدر بوده و در این موقع پدر درکدام یك از مراحل خدمت سربازی میباشد

۳ ـ موقعیکه پسر کوچکتر بخدمت احضار میگردد سن پدر وهریك از دوپسر بسال و ماه چقدر است.

٤ ـ شش سال پیش از آنکه پسر اول دورهٔ ذخیره خود را بپایان رساند سن پدر و هریك از دو پسر بسال وماه چقدر بوده وپدر وبرادرش درچه مرحله‌هائی ازخدمت سربازی خود میباشند.

۳ ـ ضرب

۴۵ - تعریف - مقصود از ضرب دو عدد در یکدیگر که یکی را مضروب و دیگری را مضروب فیه گویند بدست آوردن عددی است بنام حاصل ضرب که شامل آنقدر دفعه مضروب فیه است که در مضروب یکه یافت میشود ـ مضروب ومضروب فیه را دو جزء عمل ضرب نیز خوانند

مثال - بهای یك جلد کتاب ۵ ریال است میخواهیم بدانیم ۴ جلد این کتاب چقدر میارزد ـ واضح است که قیمت چهار جلد کتاب مساویست با :

ریال

۵ + ۵ + ۵ + ۵ = ۲۰

یعنی ۴ بار ۵ ریال و چنانکه دیده میشود در ۲۰ ریال آنقدر بار ۵ ریال یافت میشود که در عدد ۴ یکه موجود است یعنی ۴ بار

پس می بینیم که ضرب حالت خاصی است از جمع که در آن تمام عدد هائیرا که میخواهیم با یکدیگر جمع کنیم برابر میباشند ـ

عددی را که تکرار میشود مضروب فیه وشماره دفعاتی را که این عدد تکرار میشود مضروب خوانیم

۴۶ - علامت ضرب - علامت ضرب (×) است و (ضرب در) خوانده میشود.

۴۷ - اصل ۱ - هر گاه جای مضروب و مضروب فیه را تغییر دهیم در حاصل ضرب تغییری روی نمیدهد یعنی مثلا ۷ × ۴ = ۴ × ۷

چنانکه دیده میشود جدول زیرین دارای ۷ ستون و ٤ سطر است
شماره یك هائی که در جدول گذارده شده برابر حاصل ضرب دو عدد

۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱
۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱
۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱
۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱

۷ و ٤ میباشد ـ اگر سطرهای این جدول را درنظر گیریم می‌بینیم
عدد ۷ چهار بارتکرار شده یعنی ۲۸ = ٤ × ۷ واگر ستونهای آن را
درنظر گیریم می بینیم عدد ٤ هفت بار تکرار گشته یعنی ۲۸ = ۷ × ٤

نتیجه ـ اگر در ضرب چندین عدد جای این عدد ها را تغییر
دهیم در حاصل ضرب تغییری حاصل نمیگردد.

۴۸ - اصل ۴ - هرگاه مضروب یا مضروب فیه را در عددی
ضرب یا بر عددی تقسیم نمائیم حاصل ضرب در آن عدد ضرب یا بر آن
عدد تقسیم میگردد

مثال ۱ - ۸٤ = ۲ × ٤۲ = ٦ × (۲ × ۷) ٤۲ = ٦ × ۷

وچنانکه دیده میشود ۸٤ = ٦ × ۱٤ = ٦ × (۲ × ۷)

مثال ۲ - ۲۰ = ۳ : ٦۰ = ٥ × (۳ : ۱۲) ٦۰ = ٥ × ۱۲

وچنانکه دیده میشود ۲۰ = ٥ × ٤ = ٥ × (۳ : ۱۲)

نتیجه ـ اگر یکی از دو سازه ضرب را چندین بار بزرگ و
دیگری را همانقدر بار کوچك نمائیم در حاصل ضرب تغییری حاصل
نمی گردد.

مثال - میخواهیم عدد ۷ را در ۴۳۸۵ ضرب کنیم - چنانکه میدانیم:

یکه دهه صده هزار

۴۳۸۵ = ۴۰۰۰ + ۳۰۰ + ۸۰ + ۵ = ۴ + ۳ + ۸ + ۵

چنانکه از اصل ۳ بر میآید کافیست ۷ را در هر یک از عددهای ۴ هزار و سه صده و ۸ دهه و ۵ یکه ضرب نموده حاصل ضربها را با هم جمع کنیم - صورت عمل چنین است:

یکه دهه صده هزار

(۷ × ۵) + (۷ × ۸) + (۷ × ۳) + (۷ × ۴) = ۷ × ۴۳۸۵

یکه دهه صده هزار

۳۵ + ۵۶ + ۲۱ + ۲۸

چنانکه دیده میشود حاصل ضرب مراتب از ۳۵ یکه و ۵۶ دهه و ۲۱ صده و ۲۸ هزار است ۳۵ یکه برابر ۵ یکه و سه دهه است پس حاصل ضرب دارای ۵ یکه و ۵۹ = ۳ + ۵۶ دهه یا ۹ دهه و ۵ صده میباشد همچنین ۲۶ = ۵ + ۲۱ صده و چون ۲۶ صده برابر ۶ صده و ۲ هزار است پس حاصل ضرب دارای ۵ یکه و ۹ دهه و ۶ صده و ۳۰ = ۲ + ۲۸ هزار خواهد بود یعنی:

۴۳۸۵ × ۷ = ۳۰۶۹۵

این عمل را نیز میتوان بدین صورت نمایش داد:

یکه دهه صده هزار

۲۸ + ۲۱ + ۵۶ + ۳۵ =

۲۸۰۰۰ + ۲۱۰۰ + ۵۶۰ + ۳۵ = + ۳۰۶۹۵

۵۴ - قاعده - برای ضرب عدد یک رقمی در عدد چند رقمی

عدد یك پیکری را در زیر پیکر یکان عدد چند پیکری می نویسیم و خطی افقی درزیر آنها میکشیم سپس از طرف راست شروع بعمل نموده عدد یك پیکری رادرپیکر یکان عدد مفروض ضرب می نمائیم - اگر حاصل ضرب از ۹ تجاوز نمود خود آن را در زیر خط افقی مینویسیم وگرنه یکان را نوشته دهگان آن را در ذهن نگه میداریم - پیکری که بدین ترتیب در زیر خط افقی نوشته‌شده یکان حاصل ضرب است - بعد عدد یك پیکری مفروض را در پیکر دهگـان عدد چند پیکری ضرب کرده حاصل رابا دهه ای که درذهن نگه داشته ایم جمع میکنیم-چنانکه حاصل از ۹ تجاوز ننمود آن را در چپ پیکر یکان حاصل ضرب مینویسیم وگرنه دهگان آن را نوشته صدگان آن را درذهن نگه میداریم وعمل را بهمین ترتیب ادامه میدهیم تا عدد یك پیکری ما در تمام پیکر های عدد مفروض ضرب گردد

مثال - میخواهیم عدد ۳ را در ۸۷۲۵۲ ضرب کنیم - طرز عمل چنین است :

مضروب فیه	۸۷۲۵۲×
مضروب	۳
حاصل ضرب	۲۶۱۷۵۶

۵۵ - حالت ۳ - ضرب عدد چند پیکری در عدد چند پیکری

مثال ۱ - میخواهیم عدد ۶۵ را در عدد ۳۴۸ ضرب کنیم - با استفاده از اصل ۳ میتوان ضرب این دو عدد را چنین تعبیر نمود

$$۳۴۸ \times ۶۵ = ۳۴۸ \times (۶۰ + ۵)$$

حال باید هر یك از دو عدد ۵ و ۶۰ را در عدد ۳۴۸ ضرب و حاصل ضربها را بایکدیگر جمع نمود.

٣٤٨×٦٥ = ٣٤٨×٦٠ + ٣٤٨×٥ =

(دهه) (یکه)
٣٤٨×٦ + ٣٤٨×٥

چنانکه می بینیم این عمل بحالت دو ضرب راجع میشود یعنی باید ٥ یکه و ٦ دهه را در ٣٤٨ ضرب و حاصل ضربها را باهم جمع کرد صورت عمل چنین است :

(دهه) (یکه) (دهه) (یکه)
٣٤٨×٦ + ٣٤٨×٥ = ٢٠٨٨ + ١٧٤٠

٢٠٨٨٠ + ١٧٤٠ = ٢٢٦٢٠

خلاصهٔ عملهای بالا بدین صورت است :

٣٤٨
٦٥
١٧٤٠
٢٠٨٨٠
٢٢٦٢٠

مثال ۴ - میخواهیم عدد ٢٥٦ را در عدد ٤٨٣ ضرب کنیم - صورت عمل چنین است :

٤٨٣	مضروب فیه
٢٥٦	مضروب
٢٨٩٨	
٢٤١٥٠	
٩٦٦٠٠	
١٢٣٦٤٨	حاصل ضرب

حاصل ضرب هر یك از پیکر های مضروب را در مضروب فیه حاصل ضرب جزئی خوانیم - چنانکه دیده میشود درحاصل ضرب جزئی دوم میتوان از صفر سمت راست و در حاصل ضرب جزئی سوم از دو صفر سمت راست صرف نظر نمود بشرط آنکه در این حاصل ضربها مراعات مرتبه را بنمائیم یعنی چون ۵ دهه در ۴۸۳ ضرب میگردد حاصل ضرب برابر ۲۴۱۵ دهه میباشد یعنی پیکر ۵ از مرتبهٔ دهگان است و باید آن را درزیر دهگان حاصل ضرب جزء نخست که ۹ میباشد نوشت - بهمین ترتیب حاصل ضرب ۲ صده در ۴۸۳ برابر ۹۶۶ صده میباشد یعنی پیکر ۶ ازمرتبهٔ صدگان است وباید آن را زیر مرتبه های صدگان حاصل ضربهای جزء نخست و دوم یعنی ۸ و ۱ نوشت .

۵۹ - قاعده - برای ضرب عدد چند پیکری درعدد چند پیکری این دو عدد را زیر یکدیگر نوشته خطی افقی در زیر آنها میکشیم - سپس پیکر یکان مضروب را درمضروب فیه ضرب کرده این حاصل را زیر خط افقی مینویسیم - بعد پیکر دهگان مضروب را در مضروب فیه ضرب کرده باملاحظهٔ اینکه نخستین پیکر سمت راست این حاصل‌ضرب از مرتبهٔ دهگان است آن را در زیر حاصل ضرب نخستین مینویسیم وعمل رابهمین ترتیب ادامه میدهیم تاتمام پیکرهای مضروب درمضروب فیه ضرب گردد .

سپس خط افقی دیگری در زیر این حاصلهای جزء کشیده آنها را باهم جمع وحاصل جمع را زیر این خط افقی مینویسیم - این حاصل عبارتست از حاصل ضرب منظور .

اگر یك یا چند پیکر مضروب صفر باشد از آن صفر ها صرف

نظر کرده پیکرهای بعدی مضروب را با رعایت مرتبهٔ آنها در مضروب فیه ضرب مینمائیم .

مثال - میخواهیم عدد ۲۰۶۴ را در ۴۵۷۹ ضرب کنیم . طرز عمل چنین است :

۴۵۷۹×
۲۰۶۴

۱۸۳۱۶
۲۷۴۷۴
۹۱۵۸

۹۴۵۱۰۵۶

تبصره ۱ - اگر در سمت راست مضروب یا مضروب فیه یا هر دو یك یا چند صفر باشد از آن صفر ها صرف نظر نموده پس از انجام عمل ضرب بشمارهٔ صفر های مضروب و مضروب فیه در راست حاصل ضرب صفر قرار میدهیم

دانش آموزان باید با رعایت اصل ۲ این عمل را توجیه نمایند .

تبصره ۲ - اگر بخواهیم عددی را در عدد دیگر که پیکر سمت چپ آن یك وبقیه پیکر های آن صفر باشند ضرب کنیم کافیست بشمارهٔ صفرهای آن عدد صفر درسمت راست عدد مفروض قرار دهیم .

مثال - میخواهیم ۴۵۸ را در ۱۰۰ ضرب کنیم حاصل ضرب عبارت خواهد بود از ۴۵۸۰۰ بعبارة دیگر برای آنکه عددی را ۱۰ یا ۱۰۰ یا ۱۰۰۰ یا ..... برابر بزرگ کنیم کافیست یك یا دو یا سه یا .... صفر در سمت راست آن قرار دهیم .

این قاعده را از روی قوانین شمار نیز میتوان استخراج نمود .

مسئله های ضرب

مسئله ۳۳ - (نمونه) - پس از ضرب دوعدد در یکدیگر مضروب را در ۲ و مضروب فیه را در ۳ ضرب کرده ایم حاصل ضرب جدید باندازهٔ ۵۶۷۰ بزرگتر از حاصل ضرب نخستین است — مطلوبست تعیین حاصل ضرب نخستین

حل - چون مضروب را در ۲ و مضروب فیه را در ۳ ضرب کرده ایم بنا بر اصل ۳ حاصل ضرب یکمرتبه ۲ برابر و سپس ۳ برابر شده - یعنی بالاخره ۶ برابر گشته است - بعبارهٔ دیگر پس از این عمل ۵ برابر حاصل ضرب اصلی بر آن افزوده گشته - از طرف دیگر میدانیم حاصل ضرب باندازهٔ ۵۶۷۰ زیاد شده پس این مقدار ۵ برابر حاصل ضرب اصلی میباشد و مقدار حاصل ضرب نخستین برابر است با ۱۱۳۴=۵:۵۶۷۰

مسئله ۳۴ - اگر هریك از دو سازه ضرب را ٤ برابر کنیم معین کنید چقدر بر حاصل ضرب افزوده میگردد (۱۵ برابر آن)

مسئله ۳۵ - عددی در ٤۲ ضرب شده — میدانیم حاصل ضرب باندازهٔ ۱۱۰۷ ازعدد مفروض بزرگتر است-آن عدد کدامست (جواب: ۲۷)

مسئله ۳۶ - (نمونه) مجموع دوعدد ۲۹ و حاصل ضربشان ۱۹۸ است - اگر از یکی از این دوعدد ۳ یکه کم کنیم حاصل ضرب ۱۶۵ می شود - این دو عدد را بیابید

حل - اگر از یکی از این دوعدد ۳ یکه کم کنیم حاصل ضرب باندازهٔ ۳ برابر عدد دیگر کم میشود - پس اختلاف بین دو حاصل ضرب یعنی ۳۳=۱۶۵ — ۱۹۸ ۳ برابر یکی از آن عدد هاست - پس این عدد ۱۱ = ۳ : ۳۳ میباشد و چون مجموع آنها ۲۹ است عدد دیگر ۱۸=۱۱ — ۲۹ خواهد بود .

مسئله ۳۷ - تفاضل دو عدد ۹ و حاصل ضرب آنها ۳۲۲ است - اگر ۲ یکه بر یکی از این دو عدد بیفزائیم حاصل ضرب ۲۵۰ میگردد - این دو عدد کدامند (جواب : ۱٤ و ۲۳)

مسئله ۲۸ ـ حاصل ضرب دو عدد ۲۳۴ است اگر ۲ یکه بیکی از این دوعدد اضافه کنیم حاصل ضرب ۲۶۰ میگردد ـ آن دوعدد را بیابید (جواب ۱۸ و ۱۳)

مسئله ۲۹ ـ با انجام یك عمل ضرب ساده بین دو حاصل ضرب ۸۳۶×۱۷ و ۸۳۶×۴۳ را بیابید (جواب ۸۳۶×۲۶)

مسئله ۳۰ ـ بجای اینکه ۱۸۷ را در ۲۹۱ ضرب کنیم اشتباهاً ۸۱۷ را در ۲۹۱ ضرب نموده ایم ـ میخواهیم مقدار اشتباهی را که در حاصل ضرب روی داده بیابیم (جواب ۲۹۱×۶۳۰)

مسئله ۳۱ ـ دو عدد ۷ و ۱۵ را دریکدیگر ضرب کرده ایم ـ میخواهیم بکمك یك شکل تعیین کنیم اگر ۳ یکه بر ۷ اضافه (یا از آن کم) و ۵ یکه بر ۱۵ اضافه (یا از آن کم) کنیم در حاصل ضرب چه تغییری روی میدهد (برای حل این مسئله دانش آموزان باید کاغذ چهارخانه بکار برند)

مسئله ۳۲ ـ عددی ۳ برابر عدد دیگر است ـ چون بر هر یك از این دو عدد ۵ یکه اضافه کنیم حاصل ضرب این دو عدد باندازهٔ ۲۰۵ بیشتر از حاصل ضرب دو عدد نخستین است ـ این دوعدد را بیابید (جواب ۹ و ۲۷)

٤ - تقسیم

۵۷ - تعریف - مقصود از تقسیم عددی بنام مقسوم برعدد دیگر موسوم به مقسوم علیه یافتن بزرگترین عددی است بنام خارج قسمت که چون آن را در مقسوم علیه ضرب کنیم حاصل ضرب از مقسوم بزرگتر نباشد یعنی کوچکتر یا برابر آن گردد . اگر این حاصل ضرب کوچکتر از مقسوم شد زیادتی مقسوم را بر این حاصل ضرب ماندهٔ تقسیم گویند .

میتوان بطریق دیگر نیز تقسیم راتعریف نمود : مقصود از تقسیم مقسوم برمقسوم علیه یافتن عده دفعه هائی است که مقسوم علیه درمقسوم می گنجد و این عده دفعه ها را خارج قسمت گویند واز اینجا واضح میشود که آنچه ازمقسوم پس از این عمل باقی میماند همواره کوچکتر از مقسوم علیه است .

میتوان بازتعریف دیگری برای عمل تقسیم نمود : هرگاه حاصل ضرب دو عدد و یکی از آن دو عدد معلوم باشد مقصود از تقسیم یافتن عدد دیگر است - در این حال همواره مانده برابر صفر است .

مثال - میخواهیم عدد ۵۲ را بر ۸ قسمت کنیم - اگر یك بار ۸ را از ۵۲ کم کنیم ٤٤ باقی میماند - اگر بار دیگر ۸را از ٤٤ کم کنیم ماندهٔ ۳٦ میشود پس از آنکه ٦ بار این کار را تکرار کردیم جزئی از ۵۲ که باقی‌میماند برابر ٤ یعنی کوچکتر از۸ است پس دیگر نمیتوان ۸ را از این جزء کم نمود .

دراینجا مقسوم ۵۲ و مقسوم علیه ۸ و خارج قسمت ٦ و مانده ٤ است .

نیز میتوان گفت بزرگترین عددی را که میتوان در ۸ ضرب نمود تا حاصل ضرب از ۵۲ تجاوز ننماید ٦ است زیرا

٦ × ۸ = ٤۸ و ۵۲ − ٤۸ = ٤

ازاین مثال دیده میشود که رابطهٔ را که بین مقسوم ومقسوم علیه و خارج قسمت و مانده موجود است میتوان با این تساوی نمایش داد

مقسوم = مقسوم علیه × خارج قسمت + مانده

۵۲ = ۸ × ٦ + ٤

۵۸ ـ علامتهای تقسیم ـ علامت تقسیم یکی (:) است که مقسوم در چپ آن ومقسوم علیه در راست آن نوشته میشود ـ دیگری خطی است افقی که مقسوم در بالا و مقسوم علیه در زیر آن نوشته میشود

تبصره ـ اگر ماندهٔ تقسیم صفر باشد مقسوم برابر حاصل ضرب مقسوم علیه در خارج قسمت است و گوئیم مقسوم بر مقسوم علیه قابل قسمت است ـ در این حالت مقسوم را مضربی است از مقسوم علیه نیز خوانند و باز میتوان گفت مقسوم علیه مقسوم را عدد میشمارد .

۵۹ ـ اصل ۱ ـ هرگاه بخواهیم مجموع چندین عدد را که هر یک مضرب عدد مفروضی میباشند بر آن عدد قسمت کنیم کافیست هر یک ازاین عدد ها را جدا گانه برعدد مفروض قسمت کرده خارج قسمتها را با هم جمع کنیم

مثال : (۲٤ + ۱۸ + ۹۳) : ۳ = (۲٤ : ۳) + (۱۸ : ۳) + (۹۳ : ۳)

۸ + ٦ + ۳۱ = ٤۵

و چنانچه دیده میشود ٤۵ = ۳ : (۱۳۵) = ۳ : (۹۳ + ۱۸ + ۲٤)

این اصل را میتوان بدین طریق عمومیت داد

هر گاه بخواهیم مجموع چندین عدد را برعدد دیگری تقسیم نمائیم کافیست عدد نخستین را بر عدد مفروض قسمت کرده ماندهٔ این تقسیم‌را با عدد دوم جمع و این حاصل جمع را بر عدد مفروض قسمت و بازمانده این تقسیم را با عدد سوم جمع کرده این حاصل جمع را بر عدد مفروض قسمت کنیم و این کار را آنقدر ادامه دهیم تا عمل تمام شود ـ خارج قسمت عبارت خواهد بود از مجموع خارج قسمتهای جزء و مانده برابر آخرین مانده میباشد

مثال - میخواهیم مجموع ۵۳ + ٤۷ + ۱۳ + ۱۸ + ۲۰ را بر ٤ قسمت کنیم ـ طرز عمل چنین است

۵۳ = ٤ × ۱۳ + ۱   ٤۷ + ۱ = ٤۸ = ٤ × ۱۲ + ۰

۱۳ + ۰ = ۱۳ = ٤ × ۳ + ۱   ۱۸ + ۱ = ۱۹ = ٤ × ٤ + ۳

۲۰ + ۳ = ۲۳ = ٤ × ۵ + ۳

خارج قسمت عبارتست از مجموع خارج قسمتهای جزء یعنی ۱۳ + ۱۲ + ۳ + ٤ + ۵ = ۳۷ ومانده تقسیم مفروض برابر آخرین مانده یعنی ۳ میباشد ـ و چنانکه دیده میشود

(۵۳ + ٤۷ + ۱۳ + ۱۸ + ۲۰) : ٤ = ۱۵۱ : ٤ = ٤ × ۳۷ + ۳

٦۰ - **اصل ۳** - برای تقسیم ماندهٔ دو مضرب یك عدد بر این عدد کافیست هریك از آن دوعدد را بر عدد مفروض قسمت کرده خارج قسمتها را از هم کم کنیم

مثال - میخواهیم مانده تفریق ۸٤ − ۵٦ را بر ۷ قسمت کنیم چنین داریم

(۸٤ − ۵٦) : ۷ = (۸٤ : ۷) − (۵٦ : ۷) = ۱۲ − ۸ = ٤

وچنانکه دیده میشود ٤ = ۲۸:۷ = ۷:(۵٦ ... ٤×۸)

٦۱ - اصل ۳ - اگر مقسوم ومقسوم علیه را در عددی ضرب و یابر عددی قسمت کنیم در خارج قسمت تغییری حاصل نمیشود ولی مانده درآن عدد ضرب ویا برآن تقسیم میگردد

مثال ۱ - در تقسیم ٤۷ بر ۵ چنین داریم ۲ + ۹ × ۵ = ٤۷

مقسوم ومقسوم علیه را در ۳ ضرب می کنیم ۳ × ۲ + ۹ × (۳ × ۵) = ۳ × ٤۷
٦ + ۱۵ × ۹

وچنانکه دیده میشود ٦ + ۱۵ × ۹ = ۱٤۱ = ۳ × ٤۷

مثال ۲ - در تقسیم ۵۲ بر ۸ ٤ + ٦ × ۸ = ۵۲

حال مقسوم ومقسوم علیه رابر ٤ قسمت میکنیم ٤:٤ + ٦ × (٤:۸) = ٤:۵۲ ... ۱ + ٦ × ۲

وچنانکه دیده میشود ۱ + ٦ × ۲ = ۱۳ = ٤:۵۲

٦۲ - عمل تقسیم - در تقسیم ۳ حالت تشخیص میدهیم

٦۳ - حالت ۱ - مقسوم علیه و خارج قسمت هر یک دارای یک پیکر میباشند - دراین‌صورت واضح است مقسوم بیش از دو پیکر نخواهد داشت زیرا حاصل ضرب دو عدد یک پیکری عددی است یک پیکری یا دو پیکری - دراین‌حالت برای یافتن خارج قسمت از روی جدول ضرب بزرگترین عددی را می یابیم که چون درمقسوم علیه ضرب شود حاصل از مقسوم بزرگتر نباشد - زیادتی مقسوم را بر این حاصل ضرب مانده تقسیم گویند

مثال ۲ - میخواهیم ۵۹ را بر ۸ قسمت کنیم . میبینیم که اگر ۷ را در ۸ ضرب کنیم حاصل ۵٦ میگردد و ۷ بزرگترین عددی است که حاصل ضرب آن در ۸ از ۵۹ تجاوز نمیکند زیرا اگر عدد بعداز ۷ را که ۸ است در ۸ ضرب کنیم حاصل ٦٤ میشود که از ۵۹ بزرگتر

میباشد پس چنین داریم : ۳ + ۷ × ۸ = ۵۹ دراین رابطه ۵۹ مقسوم و ۸ مقسوم علیه و ۷ خارج قسمت و ۳ مانده تقسیم است .

دانش آموزان باید عادت کنند تقسیم حالت اول را فورا درذهن انجام داده خارج قسمت و مانده آن را بیابند

۶۴ - حالت ۴ - خارج قسمت دارای یك پیکر است ـ در این حالت واضح است که مقسوم از ۱۰ برابر مقسوم علیه کوچکتر است یعنی اگرصفری در راست مقسوم علیه بگذاریم ازمقسوم بزرگتر میشود ـ برای انجام عمل تقسیم ازراست مقسوم علیه آنقدر پیکرجدا میکنیم که یکی بیشتر در سمت چپ نماند ـ بعدبهمین شماره پیکر از راست مقسوم جدا کردهجزئی را کهدرچپ مقسوم ماندهبرپیکری که از چپ مقسومعلیه مانده تقسیم مینمائیم و خارج قسمتی را که بدین ترتیب بدست میآید امتحان میکنیم یعنی آنرا درمقسوم علیه ضرب میکنیم اگرحاصل برابر مقسوم یا از آن کوچکتر بود این عدد خارج قسمت میباشد ـ ولی اگر حاصل ضرب این عدد در مقسوم علیه از مقسوم بزرگتر شد یك یکهاز آن کم نموده وبازامتحان میکنیم ـ وعمل را آنقدر ادامه میدهیم تاخارج قسمت بدست آید

مثال ۱ - میخواهیم عدد ۱۲۷۶ را بر ۳۱۵ قسمت کنیم ـ چون دو پیکر از سمت راست مقسوم علیه جدا کنیم پیکر ۳ در چپ باقی میماند حال اگر ۲ پیکر هم ازسمت راست مقسوم جدا کنیم عدد ۱۲ را بر۳قسمت میکنیم میشود ٤ وعدد ٤را امتحان میکنیم میشود ۱۲۶۰ = ٤ × ۳۱۵ چون حاصل ضرب از ۱۲۷۶ بیشتر نشده خارج قسمت همان ٤ است و مانده تقسیم ۱۶ = ۱۲۶۰ − ۱۲۷۶ است ـ صورت عمل چنین است :

۱۲۷۶ = ۳۱۵×۴+۱۶

ویا

مقسوم ۱۲۷۶ | ۳۱۵ مقسوم‌علیه
۱۲۶۰   ۴ خارج‌قسمت
۱۶ مانده

مثال ۳ - میخواهیم عدد ۱۹۱۲۶ را بر ۲۸۵۱ قسمت کنیم. اگر صفری در راست مقسوم علیه گذاریم از مقسوم بزرگتر میگردد پس حتماً خارج قسمت دارای یك پیکر میباشد اگر ۳ پیکر از سمت راست مقسوم علیه جدا کنیم پیکر ۲ درچپ باقی میماند و اگر بهمین شماره پیکر از راست مقسوم جدا کنیم در چپ ۱۹ باقی میماند وچون ۱۹ را بر۲ قسمت کنیم خارج قسمت ۹ میگردد و اگر ۹ را در ۲۸۵۱ ضرب کنیم میشود ۲۸۵۱×۹=۲۵۶۵۹ این عدد از مقسوم یعنی ۱۹۱۲۶ بزرگتر است پس یك یکه از ۹ کم کرده ۸ را در ۲۸۵۱ ضرب میکنیم میشود ۲۸۵۱×۸=۲۲۸۰۸ این بار نیز حاصل ضرب از مقسوم بزرگتر شد پس ناچار یك یکهٔ دیگر از آن کم کرده عدد ۷ را در ۲۸۵۱ ضرب میکنیم میشود ۲۸۵۱×۷=۱۹۹۵۷ این بار نیز حاصل ضرب ازمقسوم بزرگتر شد پس ناچار یك یکه دیگر از آن کم کرده عدد ۶ را در ۲۸۵۱ ضرب میکنیم میشود ۲۸۵۱×۶=۱۷۱۰۶ این بار حاصل ضربی که بدست آمده ازمقسوم کوچکتر است پس خارج قسمت ما ۶ خواهد بود. صورت عمل چنین است:

مقسوم ۱۹۱۲۶ | ۲۸۵۱ مقسوم‌علیه
۱۷۱۰۶   ۶ خارج قسمت
۲۰۲۰ مانده

۶۵ - حالت ۳ - تقسیم دو عدد وقتی که خارج قسمت بیش از

یك پیکر داشته باشد یعنی ده برابر مقسوم علیه کوچکتر ازمقسوم باشد

مثال - میخواهیم عدد ۸۲۷۹۳ را بر عدد ۸ ٤ ٥ قسمت کنیم - اول باندازهٔ پیکر های مقسوم علیه ازسمت چپ مقسوم پیکر جدا میکنیم عدد ۸۲۷ بدست میآید - حال با استفاده از اصل ۱ گوئیم مقسوم برابر است با

صده   دهه   یکه
۸۲۷۹۳ = ۸۲۷ + ۹ + ۳

پس برای تقسیم کردن این عدد بر ۸ ٤ ٥ کافیست اول ۸۲۷ صده را بر ۸ ٤ ٥ قسمت کنیم این خارج قسمت نخستین پیکر سمت چپ یعنی پیکر صدگان خارج قسمت ما خواهد بود وماند را با ۹ دهه جمع وباز بر ۸ ٤ ٥ قسمت میکنیم - خارج قسمت پیکر دهگان خارج قسمت ما خواهد بود باز هم ماندهٔ این تقسیم را با ۳ یکه جمع کرده بر ۸ ٤ ٥ قسمت میکنیم این خارج قسمت پیکر یکان خارج قسمت وماندهٔ این تقسیم ماندهٔ تقسیم اصلی میباشد - صورت عمل چنین است :

صده   صده   صده
۸۲۷ = ٥٤۸ × ۱ + ۲۷۹

دهه   دهه   دهه   دهه   صده
۲۷۹ + ۹ = ۲۷۹۰ + ۹ = ۲۷۹۹

دهه   دهه   دهه
۲۷۹۹ = ٥٤۸ × ٥ + ٥۹

دهه   یکه   یکه   یکه
٥۹ + ۳ = ٥۹۰ + ۳ = ٥۹۳

یکه   یکه   یکه
٥۹۳ = ٥٤۸ × ۱ + ٤٥

خارج قسمت ما برابر   صده   دهه   یکه   یکه
۱ + ٥ + ۱ = ۱٥۱

وماندهٔ تقسیم برابر ٥ ٤ میباشد - این عمل تقسیم را بدین طریق نیز میتوان نمایش داد

مقسوم	٨٢٧٩٣	٥٤٨	مقسوم علیه
	٥٤٨	١٥١	خارج قسمت
	٢٧٩٩		
	٢٧٤٠		
	٥٩٣		
	٥٤٨		
	٤٥		مانده

٦٦- تبصره - اگر در ابتدای تقسیم موقعیکه باندازهٔ پیکرهای مقسوم‌علیه از چپ مقسوم پیکر جدا میکنیم عددی که بدست میآید کوچکتر از مقسوم‌علیه باشد یك پیکر دیگر از سمت چپ مقسوم جدا کرده عمل تقسیم را بهمان ترتیب که گفته شد انجام میدهیم

٦٧ - تقسیم باختصار - در عمل تقسیم بجای آنکه پس از ضرب هر یك از پیکر های خارج قسمت درمقسوم علیه حاصل ضرب را زیر جزء نظیر مقسوم نوشته سپس عمل تفریق را انجام دهیم میتوان بدون نوشتن حاصل ضربهای جزء هر پیکر آن را که بدست میآید از پیکر نظیرش درمقسوم تفریق نموده مانده را نوشت - این قسم تقسیم را تقسیم باختصار گویند

مثال - میخواهیم همان تقسیم بالا را باختصار انجام دهیم صورت عمل چنین است :

٨٢٧٩٣	٥٤٨
٢٧٩٩	١٥١
٥٩٣	
٤٥	

٦٨ - قاعده - برای تقسیم دو عدد وقتی خارج قسمت بیش از یك پیکر دارد مقسوم را نوشته در راست آن خطی قائم

کشیده مقسوم علیه را در راست این خط مقابل مقسوم نوشته خطی افقی
درزیر آن میکشیم - سپس ازسمت چپ مقسوم آنقدر پیکر جدامیکنیم
که از مقسوم علیه بزرگتر واز ده برابر آن کوچکتر باشد این جزء را
برمقسوم علیه قسمت کرده اولین پیکر سمت چپ خارج قسمت را بدست
میآوریم وآن رازیرخط افقی مینویسیم بعد این پیکر را درمقسوم علیه
ضرب نموده ازجزئی ازمقسوم که جدا نموده ایم کم میکنیم سپس یك
پیکر دیگر ازمقسوم را در راست این مانده نقل کرده عددی را که بدین
ترتیت بدست میآید باز بر مقسوم علیه قسمت میکنیم پیکر دوم خارج
قسمت بدست میآید وآن را در راست پیکر اول مینویسیم - این پیکر
را نیز در مقسوم علیه ضرب کرده از مقسوم جزء تفریق میکنیم وعمل
را بدین ترتیب ادامه میدهیم تا تمام پیکر های مقسوم بکار روند - آخرین
ماندهٔ که بدست میآید عبارتست از ماندهٔ تقسیم .

ممکن است وقتی یك یاچند پیکر مقسوم را پائین میآوریم تقسیم
ممکن نگردد - در این حال بازای هر پیکری که پائین آورده تقسیم ممکن
نشده صفری در خارج قسمت قرار میدهیم .

مثال - میخواهیم ١٠٤٢٧٣١ رابر٢٥٦ قسمت کنیم - صورت
عمل چنین است :

١٠٤٢،٧٣١	٢٥٦
١٨٧٣	٤٠٧٣
٨١١	
٤٣	

٦٩ - امتحان تقسیم - از آنچه گفته شد چنین بر میآید که برای
امتحان تقسیم میتوان یکی ازدوعمل را انجام داد : نخست آنکه ماندهٔ تقسیم
را از مقسوم کاسته وحاصل تفریق را بر خارج قسمت تقسیم میکنیم باید

خارج قسمت این تقسیم جدید برابر مقسوم علیه قدیم و مانده آن صفر باشد دوم اینکه خارج قسمت را درمقسوم علیه ضرب کرده و حاصل ضرب را با مانده جمع میکنیم حاصل جمع باید برابر مقسوم گردد

مثال - میخواهیم بدانیم آیا تقسیمی که درمثال بالا انجام داده ایم صحیح است یانه - مقسوم را برخارج قسمت تقسیم میکنیم چنین میشود:

۱۰۴۲۷۳۱ — ۴۳ = ۱۰۴۲۶۸۸

۱۰۴۲۶۸۸	۴۰۷۳
۲۲۸۰۸	۲۵۶
۲۴۴۳۸	
۰۰	

چنانکه میبینیم خارج قسمت جدید برابر مقسوم علیه قدیم و مانده جدید صفر است پس تقسیم صحیح بوده ونیز اگر مقسوم علیه را در خارج قسمت ضرب کنیم میشود

۴۰۷۳ × ۲۵۶ = ۱۰۴۲۶۸۸

اکنون مانده را باحاصل ضرب جمع میکنیم مقسوم بدست میآید

۱۰۴۲۶۸۸ + ۴۳ = ۱۰۴۲۷۳۱

پس عمل ما صحیح بوده است.

مسئله ها

مسئله ۳۳ - (نمونه) - ثابت کنید که اگر مقسوم‌علیه را به مقسوم افزوده و یا از آن کم کنیم برخارج قسمت یک اضافه یا از آن کم می شود ولی باقیمانده تغییری روی نمیدهد.

حل - میدانیم اگر مانده را ازمقسوم کم کنیم حاصل برابر حاصل ضرب خارج قسمت درمقسوم‌علیه میگردد یعنی خارج قسمت نشان میدهد مقسوم علیه چند بار صحیحاً در مقسوم میگنجد . حال اگر مقسوم علیه را بر مقسوم بیفزائیم بر عدهٔ دفعاتی

که مقسوم علیه در مقسوم میگنجد یك بار اضافه میگردد یعنی خارج قسمت یك یکه زیادتر میشود - بهمین ترتیب میتوان دید که اگر مقسوم علیه را از مقسوم کم کنیم و تفاضل را برمقسوم علیه‌قسمت کنیم خارج قسمت جدید یك یکه کمتر از خارج‌قسمت نخستین میگردد.

مثلا اگر ۷۳٤۲ رابر ۲۳٦ قسمت کنیم خارج قسمت۳۱و مانده ۱۵است

۷۳٤۲=۲۳٦×۳۱+۱۵

حال مقسوم علیه را بر مقسوم افزوده باز عمل تقسیم را انجام میدهم چنین خواهیم داشت .

۷۳٤۲+۲۳٦=۷۵۷۸=۲۳٦×۳۲+۱۵

یك یکه بخارج قسمت افزوده شده و مانده تغییری نکرده - حال مقسوم‌علیه را از مقسوم کم کرده باز عمل تقسیم را انجام میدهم چنین خواهیم داشت :

۷۳٤۲ — ۲۳٦=۷۱۰٦=۲۳٦×۳۰+۱٤

از خارج قسمت یك یکه کم شده و در مانده تغییری روی نداده است .

مسئله ۳٤ - مجموع دو عدد ٦۱۵٦ وخارج قسمت آنها ۱۸ است آن‌عدد را بیابید (۵۸۳۲و۳۲٤)

مسئله ۳۵ - تفاضل دوعدد ۳۱۹۰ و خارج قسمت آنها ۲۳ است آن دو عدد را بیابید (۳۳۳۵و۱٤۵)

مسئله ۳٦ - مجموع دوعدد ۱۳۸٤ خارج قسمت آنها ٦ و مانده تقسیم ۱۵۲ است آن دو عدد را بیابید (۱۲۰۸ و ۱۷٦)

مسئله ۳۷ - مانده(تفاضل) دوعدد ۲۰٦۸ خارج قسمت‌آنها ٦ ومانده تقسیم برابر ۱۵۸ است آن دوعدد را بیابید (۲٤۵۰ و ۳۸۲)

مسئله ۳۸ - در یك تقسیم بدون مانده مقسوم علیه ۳۱ و خارج قسمت ۵ برابر بزرگترین عددی است که میتواند مانده باشد - مقسوم را پیدا کنید(٤٦۵۰)

مسئله ۳۹ - عددی را بر ۵۲ قسمت کرده‌ایم مانده ۳۷ شده است‌و چون همان عدد بر ۵٦ قسمت کنیم مانده تقسیم ۵ میگردد — مطلوبست تعیین خارج قسمت و مقسوم در صورتیکه میدانیم در این دو تقسیم دو خارج قسمت برابر میباشند (۸و٤۵۳)

مسئله ۴۰ ـ در تقسیمی مجموع مقسوم و مقسوم علیه و خارج قسمت برابر ۱۸۷۶۰ میباشد و میدانیم فضل مجموع مقسوم و مقسوم علیه بر خارج قسمت برابر ۱۸۶۶۱ است مطلوبست مقسوم و مقسوم علیه و خارج قسمت (مقسوم ۱۸۴۳۲ مقسوم علیه ۲۵۶ خارج قسمت ۷۲)

مسئله ۴۱ ـ (نمونه) ـ خارج قسمت یک تقسیم برابر ۱۴۰ و مانده ۳۱۷ میباشد اگر ۱۲۶۴ بمقسوم اضافه کرده مجدداً بر همین مقسوم علیه قسمت کنیم تقسیم صحیحاً انجام گرفته وخارج قسمت ۱۴۳ میگردد ـ مطلوبست تعیین مقسوم ومقسوم علیه

حل ـ در تقسیم اولی مقسوم ۱۴۰ برابر مقسوم علیه باضافه ۳۱۷ میباشد حال اگر ۱۲۶۴ بر مقسوم اضافه کنیم خارج قسمت باندازه ۳ = ۱۴۰ − ۱۴۳ افزوده میشود ـ پس چنین نتیجه میگیریم که عدد ۱۵۸۱ = ۳۱۷ + ۱۲۶۴ ۳ برابر مقسوم علیه میباشد پس مقسوم علیه برابر ۵۲۷ = ۳ ÷ ۱۵۸۱ ومقسوم برابر ۷۴۰۹۷ = ۳۱۷ + (۱۴۰ × ۵۲۷) خواهد بود .

مسئله ۴۲ ـ خارج قسمت تقسیم عددی بر عدد دیگر ۲۳ و ماندهٔ آن ۴۵ است اگر ۳۵۷ بمقسوم بیفزائیم و بر همین مقسوم علیه قسمت کنیم خارج قسمت جدید ۲۹ و ماندهٔ این تقسیم ۱۲ است ـــ مطلوبست مقسوم و مقسوم علیه اصلی (۱۵۴۰ و ۶۵)

مسئله ۴۳ ـ عددی را بر ۷۴۶ قسمت کرده‌ایم خارج قسمت برابر ۳۲۷ و مانده ۴۵۹ شده‌است ـ حال اگر عدد ۷۳۰۵ را بر مقسوم افزوده بر همین مقسوم علیه تقسیم کنیم معین کنید خارج قسمت و مانده جدید چقدر خواهد بود (در حل این مسئله احتیاجی بمحاسبه مقسوم نیست)

مسئله ۴۴ ـ میخواهیم بدانیم اگر ۱ ـ هفت برابر مقسوم علیه را بر مقسوم اضافه کنیم ۲ ـ مقسوم را در ۷ ضرب کنیم در خارج قسمت و مانده چه تغییری روی میدهد .

بخش سوم

چهار عمل اصلی ده دهی (اعشاری)

۷۰ - تعریف - چنانکه دربخش شمار دیدیم همیشه اندازهٔ مقدار عدد درست نیست مثلا گاهی درازائی را که میخواهیم اندازه بگیریم درست چند برابر یکه درازا که متر است نبوده وقطعهٔ ازآن درازا باقی میماند که از یك متر کوچکتر است در اینصورت چنانکه گفتیم برای سنجش چنین قطعه یکه ای را که اختیار شده باید بچند جزء متساوی قسمت نموده یکه تازهٔ بسازیم

همانقسم که پایه شمار ۱۰ میباشد دراین جا بهتر وآسانتر آنست که یکه رابده جزء متساوی قسمت نمائیم و هر گاه لازم باشد قطعه های کوچکتر از این اجزاء را نیز اندازه بگیریم باز یکی از اجزای ده گانه را که یك دهم نامیم بده قسمت کرده یك قسمت را یکه جدید اختیار مینمائیم وآنرا صدم مینامیم و واضح است هرچند بار بخواهیم میتوانیم این عمل را تکرار کنیم اگر مقداری را که اندازه آن عدد درست نیست بدین وسیله بسنجیم اندازه آن را عدد ده دهی (اعشاری) گویند .

مثال - میخواهیم درازائی را اندازه بگیریم - میبینیم این درازا شامل ۱۲ برابر یکه که متر است بوده و جزئی کوچکتر از یك یکه (یك متر) باقی میماند حال متر را بده قسمت متساوی نموده نام هر جزء رایك دهم متر (دسیمتر) میگذاریم آنچه از ۱۲ متر باقیمانده

بادسیمتر اندازه میگیریم مثلا ۷ دسیمتر در آن میگنجد وقطعهٔ کوچکتر ازدسیمتر باقی میماند حال دسیمتر رابده قسمت متساوی کرده که هر یک جزء راصدم متر (سانتیمتر) نام میدهیم وباقیمانده را بسانتیمتر میسنجیم فرض کنیم ٤ سانتیمتر درآن بگنجد ودیگر چیزی باقی نماند پس درازای مفروض ۱۲ متر و ۷ دسیمتر و ٤ سانتیمتر خواهد بود وآنرا چنین مینویسیم:

سانتیمتر	دسیمتر	متر
٤	۷	۱۲

۷۱ - تمیز - چنانکه دیده میشود این طرز نوشتن آسان نیست حال گوئیم چون یکه هر مرتبه ده برابر یکه مرتبه سمت راست خود میباشد و متر ده برابر دسیمتر است لازم است ۷ (دسیمتر) در راست پیکر ۲ (متر) نوشته شود و بهمین ترتیب ٤ در راست ۷ قرار میگیرد پس اندازه درازای مفروض را چنین مینویسیم

۱۲۷٤ ولی برای تشخیص قسمت درست که شماره یکه اصلی است (متر) از قسمت ده دهی (اجزاء متر) علامتی باین صورت (،) که تمیز نامیده میشود در طرف راست مرتبه یکان که یکه متر است شده میگذاریم پس عدد چنین نوشته میشود ۱۲٫۷٤ متر و نام یکه درست باید همراه عدد باشد.

۷۲ - خواندن عدد ده دهی - واضح است اولین مرتبه سمت چپ تمیز مرتبه یکان ودومین مرتبه سمت چپ تمیز مرتبه دهگان و . . . . . میباشد بهمین ترتیب اولین مرتبه سمت راست تمیز را که هر یک یکه آن ده دفعه کوچکتر از یکه اصلی است بعبارت دیگر یک دهم آن میباشد مرتبه دهم ومرتبه دوم سمت راست تمیز را مرتبه صدم و . . . . . میخوانیم پس عدد ۱۲٫۷٤ متر عبارت خواهد بود از ٤ ۷ ۲ ۱ یا

چنین میخوانیم ۱۲ متر و هفت دهم متر و ٤ صدم متر چون یکدهم برابر ده صدم میباشد ۷ دهم را میتوان ۷۰ صدم گفت پس عدد را چنین میخوانند ۱۲ متر و ۷٤ صدم متر .

پس برای خواندن عدد ده دهی بهترین راه آنست که جزء درست یعنی آنچه را درسمت راست چپ ممیز نوشته شده بدواً خواند لفظ عدد درست را با آن افزوده سپس آنچه را در سمت راست ممیز قرار گرفته مانند عدد درست خوانده نام مرتبه آخرین پیکر سمت راست را درآخر ذکر کرد مثلاسه عدد ۳٫۷۲۵ و ٤۰۷٫۰۲۹۲ و ۱۹٫۱۸۰٦ رامیخوانیم سه عدد درست و هفتصد وبیست وپنج هزارم ـ چهارصد وهفت عدد درست ودویست ونودو دو ده هزارم ـ نوزده عدد درست و هزار و هشتصد وشش ده هزارم .

تبصره - باید دانست اگر یك یاچند صفر درسمت راست پیکرهای ده دهی یك عدد ده دهی قرار دهیم درمقدار آن عدد تغییری روی نمیدهد مثلا ۷٫٦۰۰ = ۷٫٦۰ = ۷٫٦ چنانکه میدانیم یکه هر مرتبه چه درچپ وچه درراست ممیز ده برابر یکه سمت راست خود میباشد پس واضح است که شش دهم وشصت صدم وششصد هزارم بایکدیگر اختلاف ندارند .

۷۳ ـ انتقال ممیز - عدد ده دهی ٤٥۳٫۷٦۸ مفروض است میخواهیم بدانیم اگر ممیز آن را یك پیکر بسمت راست یا چپ انتقال دهیم یعنی عدد های ٤٥٫۳۷٦۸ و ٤٥۳۷٫٦۸ را بنظرآوریم چه رابطهٔ بین عدد مفروض واین دو عدد موجود است ؟ .

برای نمایش پیکرهای مرتبه های مختلف این سه عدد آنها رابدین ترتیب در جدولی مینویسیم :

چنانکه دیده میشود پیکرهای این سه عدد مشترك میباشند ولی مرتبه‌های این پیکرها درسه‌عددباهم اختلاف

عدد	هزارگان	صدگان	دهگان	یکان	دهم	صدم	هزارم	ده هزارم
٤٥٣,٧٦٨		٤	٥	٣	٧	٦	٨	
٤٥,٣٧٦٨			٤	٥	٣	٧	٦	٨
٤٥٣٧,٦٨	٤	٥	٣	٧	٦	٨		

دارند ـ مثلاپیکر ٣ درعدد نخستین مرتبه یکان ودرعدد دوم مرتبه دهم یعنی ده برابر کوچکتر ازآن و درعددسوم مرتبه دهگان یعنی ده برابر آن را نمایش میدهد پس هریك از پیکر های عدد نخستین در عدد دوم ده دفعه کوچکتر و درعددسوم ده برابر گشته است ازاینجا معلوم میشود اگر ممیز رایك پیکر بچپ انتقال دهیم عدد مفروض ١٠ دفعه کوچکتر یعنی برده تقسیم میگردد و بهمین ترتیب اگر ممیز را یك پیکر براست ببریم عدد مفروض ده برابر یاضرب در١٠ میشود ـ بهمین ترتیب میتوان دید اگر ممیز را دو پیکر بچپ یا راست انتقال دهیم عدد بر صد تقسیم یا در ١٠٠ ضرب میگردد ـ و چون بخواهیم عدد ده دهی را در ده یا ١٠٠ یا ١٠٠٠ یا . . . . ضرب کنیم یابر یکی از این عددها تقسیم نمائیم کافیست ممیز عدد مفروض را یك یادو یا سه یا . . . . پیکر بسمت راست یاچپ انتقال دهیم

اگر عدد ده دهی مفروض در راست یا چپ ممیز دارای شماره پیکرهای کافی نباشد انقدر صفر در راست یا چپ آن میگذاریم تا عمل ممکن گردد وچنانکه میدانیم گذاردن این صفرها مقدار عدد را تغییر نمیدهد.

مثال ١ ـ میخواهیم عدد ١٧,٤٢ را در عدد ١٠٠٠ ضرب کنیم نخست صفری در راست عدد ده دهی قرار داده یعنی عدد پیکرهای

ده دهی آنرا بسه میرسانیم سپس ممیز را سه پیکر براست انتقال میدهیم
میشود ۱۲٤۱۷۰ یعنی ۱۲٤ر۱۷×۱۰۰۰=۱۲٤ر۱۷۰×۱۰۰۰=۱۲٤۱۷۰

مثال ۳ - میخواهیم عدد ٤ر۲۵ را بر ۱۰۰ تقسیم کنیم بدواً صفری در راست آن میگذاریم میشود ٤ر۲۵۰ وحال ممیز را دوپیکر بسمت چپ میبریم میشود ۰ر۰٤۲۵۰ یعنی ٤ر۲۵:۱۰۰=۰ر۰٤۲۵

۱ ـ جمع و تفریق عدد های ده دهی

۷۴ - قاعده - برای جمع کردن چندین عدد ده دهی یا تفریق عدد ده دهی ازعدد بزرگتر دیگر قاعده آنستکه عددها را زیرهم بقسمی مینویسیم که ممیز ها در زیر یکدیگر قرار گیرند اگر شماره پیکر های آنها برابر نباشد با گذاردن صفر درراست عدد هائی که پیکر های ده‌دهی آنها کمتر است شماره پیکر های دهی همه را برابر مینمائیم در ینحال پیکرهای هریك از مرتبه ها چه درراست چه درسمت چپ ممیز زیرهم واقع میگردند سپس مانند جمع یاتفریق عدد های‌درست عمل جمع یاتفریق را انجام میدهیم ووقتی بممیز رسیدیم درحاصل جمع یامانده ممیزمیگذاریم .

مثال ۱ - میخواهیم‌عددهای‌ده‌دهی ۵٤ر۷۰۳ و ۰ر۲۸۶۵ و ۱۲۸ر۰٤ را باهم جمع کنیم با رعایت قاعده نامبرده صورت عمل چنین است :

```
 ۵٤ر۷۰۳۰ +
  ۰ر۲۸۶۵
۱۲۸ر۰٤۰۰
---------
۱۸۳ر۰۲۹۵
```

مثال ۲ - میخواهیم عدد ٤ر۲۸۳ را ازعدد ۲۷ر۰۲ کم کنیم اول صفری در سمت راست مفروق منه میگذاریم تا شماره پیکری های ده دهی آن برابر مفروق گردد سپس مفروق را زیرمفروق بهمان ترتیب نامبرده نوشته و عمل را انجام میدهیم صورت عمل چنین است :

$$
\begin{array}{r}
۲۷٫۰۲۰ - \\
۴٫۲۸۳ \\
\hline
۲۲٫۷۳۷
\end{array}
$$

۲ ـ ضرب عددهای ده دهی

چنانکه در اصل ۲ در ضرب عددهای درست گفته شد اگر یکی ازدو سازه ضرب راچندین برابر کنیم حاصل ضرب همانقدر دفعه بزرگتر میگردد واضح است اگر پس از این عمل سازه دیگر را نیز چند برابر نموده ومجدداً عمل ضرب را انجام دهیم باز همانقدر دفعه حاصل ضرب جدید بزرگ میشود یعنی اگر یکی از دوسازه را ۱۰ برابر ودیگری را ۱۰۰ برابرنمائیم حاصل ضرب بدوآ ده برابر وباز ۱۰۰ برابربزرگتر وبنا براین ۱۰۰۰=۱۰۰×۱۰ برابر بزرگ خواهد شد .

مثال - میخواهیم عدد ۷٫۲۷ را در ۱۰۲٫۴ ضرب کنیم .
نخست عدد ۷٫۲۷ را در ۱۰۰ ضرب میکنیم میشود ۷۲۷=۱۰۰×۷٫۲۷ بعد ۱۰۲٫۴ رانیز در ۱۰ ضرب میکنیم میشود ۱۰۲۴=۱۰×۱۰۲٫۴ حال دو عدد ۷۲۷و۱۰۲۴ را در هم ضرب میکنیم حاصل ضرب بنا برآنچه گفته شد ۱۰۰۰=۱۰۰×۱۰ برابر حاصل ضرب دوعدد ۷٫۲۷ و۱۰۲٫۴ خواهد بود.برای یافتن حاصل ضرب دوعدد ده دهی مفروض باید حاصل ضرب دوعدد درستی را که بدست آمده بر ۱۰۰۰ تقسیم نمود و میدانیم دراینصورت کافیست سه پیکر از سمت راست آن جدا کرده و تمیز گذاشت

$$۷۲۷ \times ۱۰۲۴ = ۷۴۴۴۴۸$$

و ۷۴۴٫۴۴۸=۷۴۴۴۴۸:۱۰۰۰ پس ۷۴۴٫۴۴۸ = ۷٫۲۷×۱۰۲٫۴ چنانکه دیده میشود شماره پیکره های ده دهی حاصل ضرب اخیر برابر است بامجموع پیکرهای ده دهی دو سازه ضرب

۷۵ ـ قاعده ـ برای ضرب دو عدد ده دهی قاعده آنستکه آنها را زیر هم نوشته بدون ملاحظهٔ تمیز های مضروب و مضروب فیه عمل ضرب را مانند ضرب عدد های درست انجام میدهیم پس از انجام عمل ضرب ازسمت راست حاصل ضرب باندازه مجموع شماره پیکر های ده دهی مضروب و مضروب فیه پیکر جدا کرده تمیز میگذاریم .

تبصره ۱ ـ واضح است اگر یکی از دو سازه ضرب عدد درست و دیگری ده دهی باشد از تمیز آن عدد صرف نظر نموده پس از انجام عمل ضرب باندازهٔ پیکرهای ده دهی آن عدد پیکر جدا کرده تمیز میگذاریم .

مثال ـ میخواهیم عدد ۷ر۴۳ را در ۲۶ ضرب کنیم صورت عمل چنین است :

۷ر۴۳×۲۶=۱۹۳ر۱۸

تبصره ۲ ـ هر گاه یکی از دو سازه عدد ده دهی کوچکتر ازیکه (یعنی عدد ده دهی که قسمت درست آن صفر است) باشدحاصل ضرب کوچکتر ازعدد دیگر میشود ـ مثلا حاصل ضرب ۱۲ درعدد ۰ر۲۵ میشود ۳ زیرا ۳ر۰۰ = ۰ر۲۵ × ۱۲ چنانکه میدانیم حاصل ضرب ۵ در ۱۲ عددی است که شامل ۵ دفعه ۱۲ باشد یعنی همانطور که از تعریف ضرب بر میآید چون مضروب بزرگتر از یکه است حاصل ضرب بزرگتر از مضروب فیه خواهد بود ولی اینجا میخواهیم عددی را که کوچکتر ازیکه است در دوازده ضرب کنیم پس حاصل ضرب البته از ۱۲ کوچکتر خواهد بود .

۳ ـ تقسیم عدد های ده دهی

تقسیم عدد های ده دهی سه حالت دارد .

۷۶ ـ حالت اول ـ مقسوم عدد ده دهی و مقسوم علیه عدد بست درست

مثال ـ میخواهیم عدد ۵۱۷٫۳۱ را بر ۲۶ قسمت کنیم از ممیز مقسوم صرف نظر میکنیم یعنی عدد ۵۱۷۳۱ را که ۱۰۰ مرتبه بزرگتر از مقسوم اصلی است بر ۲۶ تقسیم میکنیم میشود .

۵۱۷۳۱ = ۲۶ × ۱۹۸۹ + ۱۷ خارج قسمت این تقسیم ۱۹۸۹ وماندهٔ آن ۱۷ است ولی چون مقسوم به تنهائی ۱۰۰ برابر شده پس خارج قسمت و مانده این تقسیم ۱۰۰ برابر خارج قسمت و مانده تقسیم اصلی است و برای بدست آوردن خارج قسمت و مانده دو عدد مفروض دو عدد ۱۹۸۹ و ۱۷ را بر ۱۰۰ تقسیم میکنیم وبرای اینکار کافیست دو پیکر از سمت راست آنها جدا کرده ممیز بگذاریم میشود ۱۹٫۸۹ و ۰٫۱۷ پس تقسیم اصلی چنین نمایش داده خواهد شد

۵۱۷٫۳۱ = ۲۶ × ۱۹٫۸۹ + ۰٫۱۷

۷۷ ـ قاعده ـ برای تقسیم عدد ده دهی بر عدد درست از ممیز مقسوم صرف نظر کرده عمل تقسیم را مانند عدد های درست انجام میدهیم وپس ازعمل تقسیم ازسمت راست خارج قسمت و مانده بشماره پیکر های ده دهی مقسوم پیکر جدا کرده ممیز میگذاریم .

۷۸ ـ حالت دوم ـ دراینحالت مقسوم عدد درست و مقسوم علیه عدد بست ده دهی .

مثال ـ میخواهیم عدد ۲۵۷۹۶ را بر عدد ۲۱۳٫۵۶ تقسیم کنیم .

درینحالت مقسوم ومقسوم علیه را ۱۰۰ برابر میکنیم تامقسوم علیه بصورت عدد درست در آید و بعد عدد ۷۵۷۹۶۰۰ را بر ۲۱۳۵۶ تقسیم میکنیم میشود :

۷۵۷۹۶۰۰ = ۲۱۳۵۶ × ۳۵٤ + ۱۹۵۷۶ چون مقسوم و مقسوم علیه تقسیم مفروض را صد برابر کرده ایم پس خارج قسمت تقسیم اخیر عیناً برابرخارج قسمت مطلوب ولی مانده این تقسیم ۱۰۰ برابر مانده تقسیم اصلی‌است وبرای بدست آوردن مانده بایدمانده تقسیم جدیدرا بر ۱۰۰ تقسیم کرد پس تقسیم اصلی چنین نمایش داده میشود

۷۵۷۹٦ = ۲۱۳٫۵٦ × ۳۵٤ + ۱۹۵٫۷٦

۷۹ - قاعده - برای تقسیم عدد درست بر عدد ده دهی از ممیز مقسوم‌علیه صرف نظر کرده در راست مقسوم بشماره پیکرهای ده دهی مقسوم علیه صفرمیگذاریم سپس عمل تقسیم‌را مانند تقسیم عددهای‌درست انجام‌داده پس از انجام‌عمل ازسمت راست مانده‌بشمارهٔ پیکرهای ده دهی مقسوم علیه پیکر جدا کرده ممیز میگذاریم

۸۰ - حالت سوم - درینحالت مقسوم ومقسوم علیه هردو عددهای ده دهی میباشند

مثال - میخواهیم عدد ۷۱۵٫٤۳ را بر عدد ۵٫٦۷ قسمت کنیم — در ینحالت مقسوم ومقسوم علیه را ۱۰۰ برابر میکنیم میشود ۷۱۵٤۳ و۵٦۷ و چون این دو عدد را بر هم تقسیم کنم خواهیم داشت ۱۰۱ + ۱۲٦ × ۵٦۷ = ۷۱۵٤۳ ولی‌چون‌مقسوم‌ومقسوم‌علیه تقسیم اصلی مفروض را ۱۰۰ برابر کرده ایم پس خارج قسمت تقسیم اخیر باخارج تقسیم اصلی برابر است ولی مانده ۱۰۰ برابر مانده آن تقسیم است بنابر این خارج قسمت مطلوب ۱۲٦ و مانده مطلوب هم ۱٫۰۱

میباشدو عمل تقسیم چنین نمایش داده میشود ۷۱۵٫۴۳ = ۵٫۶۷ × ۱۲۶ + ۱٫۰۱

۸۱ - قاعده - برای تقسیم دو عدد ده دهی نخست با گذاردن صفر شماره پیکرهای ده دهی آنها را برابر میکنیم سپس از ممیز آنها صرف نظر نموده عمل تقسیم را مانند عددهای درست انجام میدهیم پس از خاتمه فقط درمانده تقسیم از سمت راست بشماره پیکرهای ده دهی مقسوم یا مقسوم علیه که برابرند پیکر جدا کرده ممیز میگذاریم

تبصره - در حالت سوم تقسیم ده دهی هرگاه شماره پیکرهای ده دهی مقسوم بیش از شمارهٔ پیکرهای ده دهی مقسوم علیه باشد بجای قاعدهٔ که در بالا گفته شد میتوان بدینطریق عمل نمود :

مثال - میخواهیم عدد ۷۲٫۳۶۹ را بر ۴٫۲۸ قسمت کنیم نخست ازممیز مقسوم علیه صرف نظر کرده بشماره پیکرهای ده دهی آن ممیز مقسوم رابسمت راست انتقال میدهیم یعنی مقسوم و مقسوم علیه‌را در ۱۰۰ ضرب میکنیم میشود ۷۲۳۶٫۹ و ۴۲۸ - خارج قسمت تقسیم این دوعدد برابرخارج قسمت دوعدد مفروض میباشد حال مانند حالت اول تقسیم ده دهی عمل میکنیم یعنی عدد ده دهی ۷۲۳۶٫۹ را بر عدد درست ۴۲۸ قسمت میکنیم صورت عمل چنین است :

۷۲۳۶٫۹ = ۴۲۸ × ۱۶٫۹ + ۳٫۷ بنا بر آنچه گفته شد خارج‌قسمت تقسیم اخیر برابرخارج قسمت تقسیم دوعدد مفروض و مانده این تقسیم ۱۰۰ برابر مانده مطلوب است پس عمل تقسیم اصلی چنین نمایش داده میشود : ۷۲٫۳۶۹ = ۴٫۲۸ × ۱۶٫۹ + ۰٫۰۳۷

از آنچه در تبصره گفته شد چنین بر میآید که در تقسیم عدد ده دهی هرگاه شماره پیکرهای ده دهی مقسوم بیش از شماره پیکرهای ده دهی مقسوم علیه باشد قاعده آنستکه ممیز مقسوم را بشماره پیکرهای

ده دهی مقسوم علیه براست منتقل نموده سپس عمل تقسیم را که راجع
میشود بحالت اول تقسیم ده دهی انجام میدهیم پس از خاتمه عمل ممیز
مانده را آنقدر بسمت چپ میبریم تاشماره پیکرهای ده دهی مانده برابر
شماره پیکرهای ده دهی مقسوم اصلی گردد .

۸۳ - تقریب - برای آنکه دانش آموزان معنای تقریب را که
دارای اهمیت زیادی است بخوبی درك کنند چند مثال ذکر میکنیم :

مثال ۱ - میخواهیم ٥٤٨ ریال را بین ١٦ تن قسمت کنیم
عمل تقسیم چنین میشود :

٤ + ٣٤ × ١٦ = ٥٤٨ خارج قسمت این تقسیم ٣٤ و مانده
٤ است یعنی بهر تن ٣٤ ریال میرسد و ٤ ریال باقی میماند پس سهم
هر یك تن قدری بیش از ٣٤ ریال است و واضح جزئی که بیش از
٣٤ ریال بهر یك میرسد کمتر از یك ریال میباشد پس گوئیم خارج
قسمت این تقسیم بایك ریال تقریب برابر ٣٤ ریال است بعبارت دیگر
سهم هریك بین ٣٤ و ٣٥ = ١ + ٣٤ میباشد حال باید ٤ ریال ماندهرابین
١٦ تن قسمت کرد - میدانیم هر یك ریال صد دینار است پس ٤ ریال
برابر ٤٠٠ دینار بوده و ٤٠٠ دینار رابین ١٦ تن قسمت میکنیم میشود:

٢٥ × ١٦ = ٤٠٠ چنانکه دیده میشود خارج قسمت این تقسیم
٢٥ دینار ومانده صفراست پس اگر ٥٤٨ ریال را بین ١٦ نفرقسمت
کنیم سهم هر یك ٣٤ ریال و ٢٥ دینار خواهد بود و دیگر چیزی
باقی نمیماند

مثال ۲ - میخواهیم عدد ٤٧٢ را بر ٢٩ تقسیم کنیم - صورت
عمل چنین است

٨ + ١٦ × ٢٩ = ٤٧٢ چنانکه دیده میشود خارج قسمت تایك

یکه تقریب برابر ۱۶ و مانده ۸ است و نمیتوان ۸ یکه را بر ۲۹
قسمت کرد اما ۸ یکه برابر ۸۰ دهم است و میتوان ۸۰ دهم
را بر ۲۹ تقسیم نموده میشود ۸۰ = ۲۹ × ۲ + ۲۲ خارج قسمت
این تقسیم تا یك دهم تقریب برابر ۲ دهم و مانده آن ۲۲ دهم
است و نمیتوان ۲۲ دهم را بر ۲۹ تقسیم کرد ولی ۲۲ دهم برابر
۲۲۰ صدم است و چون ۲۲۰ صدم را بر ۲۹ قسمت کنیم میشود
۲۲۰ = ۲۹ × ۷ + ۱۷ خارج قسمت این تقسیم تا یك صدم تقریب
برابر ۷ صدم و مانده آن ۱۷ صدم میباشد و چون سه خارج قسمت
را با هم جمع کنیم دیده میشود که اگر ۴۷۲ را بر ۲۹ قسمت کنیم
خارج قسمت برابر :
۱۶ + ۲ + ۷ = ۱۶ + ۰٫۲ + ۰٫۰۷ = ۱۶٫۲۷ و مانده تقسیم
۱۷ صدم یا ۰٫۱۷ است پس ۴۷۲ = ۲۹ × ۱۶٫۲۷ + ۰٫۱۷
چنانکه گفتیم خارج قسمت مطلوب بین ۱۶ و ۱۷ است پس اگر
بجای خارج قسمت درست که ۱۶ است خارج قسمت ۱۶٫۲۷ را اختیار
کنیم بخارج قسمت حقیقی نزدیکتر شده ایم و خارج قسمت حقیقی بین
۱۶٫۲۷ و ۱۶٫۲۸ میباشد و گویند خارج قسمت ۴۷۲ بر ۲۹ تا
یك صدم تقریب نقصانی برابر ۱۶٫۲۷ و تا یك صدم تقریب اضافی برابر
۱۶٫۲۸ میباشد زیرا اختلاف هر یك از این دو عدد با خارج قسمت
حقیقی کمتر از یك صدم است .

مثال ۳ ـ میخواهیم عدد ۵۸ را بر ۲۷۶ تقسیم کنیم ـ چون
۵۸ از ۲۷۶ کوچکتر است پس خارج قسمت از یك کمتر است و چون

٥٨ یکه برابر ٥٨٠ دهم است میتوان این عددرا بر ٢٧٦ قسمت کرد و

دهم دهم دهم

خارج قسمت البته ازمرتبه دهم خواهد بود ٥٨٠ = ٢٧٦ × ٢ + ٢٨

خارج قسمت ٢ دهم و مانده ٢٨ دهم است که برابر ٢٨٠ صدم میباشد وچون

صدم صدم صدم

٢٨٠ صدم رابر ٢٧٦ قسمت کنیم میشود ٢٨٠ = ٢٧٦ × ١ + ٤

خارج قسمت یك صدم و مانده ٤ صدم خواهد بود ــ البته این عمل را هر چند بار بخـواهیم میتوان تکرار کنیم پس خارج قسمت ٥٨ بر ٢٧٦ تا یك صدم تقریب برابر ٠ر٢١ میباشد و چنین نمایش داده میشود

٥٨ = ٢٧٦ × ٠ر٢١ + ٠ر٠٠٤

٨٣ - قاعده - برای تعیین خـارج قسمت عـددی درست بر عدد درست دیگر تا ٠ر١ یا ٠ر٠١ ویا ٠ر٠٠١ ویا ٠٠٠٠٠ تقریب کافیست در راست مقسوم ١ یا ٢ یا ٣ یا ٠٠٠٠٠ صفر گذارده عمل تقسیم راانجام دهیم چون مقسوم در ١٠ یا ١٠٠ یا ١٠٠٠ یا ٠٠٠٠٠٠٠ ضرب شده پس خارج و ماندهٔ که بدست میاید ١٠ برابر یا ١٠٠ برابر یـا ١٠٠٠ برابر یا ٠٠٠٠٠٠ برابر خارج قسمت و مانده اصلی میباشد و برای بدست آوردن آنها کافیست از سمت راست خارج قسمت و مانده که بدست آمده اند ١ یا ٢ یا ٣ یا ٠٠٠٠٠٠ پیکر جدا کرده ممیز گذاریم

٨٤ - تقریب در تقسیم عدد های ده دهی -میدانیم اگر چند صفر درراست پیکرهای ده‌دهی عدد ده دهی بگذاریم درمقدارآن تغییری روی نمیدهد پس اگر بخواهیم خارج‌قسمت‌را تایك دهم یایك صدم یایك هزارم یا ٠٠٠٠٠٠ تقریب بدست‌آوریم کافیست آنقدرصفر درسمت راست پیکر های ده دهی مقسوم بگذاریم تا زیادتی شمارهٔ پیکر های ده دهی مقسوم بر شماره پیکر های ده دهی مقسوم علیه برابر با یك یا دو یاسه

یا ۰۰۰۰۰۰۰ گردد سپس مانند حالات معمولی عمل تقسیم ده دهی را انجام میدهیم

مثال ــ میخواهیم خارج قسمت تقسیم ۴۷٫۲ را بر ۵٫۶ تا ۰٫۰۰۱ تقریب بدست آوریم ــ بدواً سه صفر در سمت راست پیکر دهم مقسوم قرار میدهیم تا زیادتی شماره پیکر های ده دهی مقسوم بر شماره پیکرهای ده دهی مقسوم علیه برابر ۳ گردد سپس عمل تقسیم را انجام میدهیم صورت عمل چنین است .

٤٧٫٢ : ٥٫٦

٤٧٫٢٠٠٠ : ٥٫٦

٤٧٢٫٠٠٠ : ٥٦

٤٧٢٫٠٠٠	٥٦
٢٤٠	٨٫٤٢٨
١٦٠	
٤٨٠	
٠٫٠٠٣٢	

خارج قسمت برابر ۸٫۴۲۸ و مانده ۰٫۰۰۳۲ میباشد

مسئله های چهار عمل اصلی

عدد های درست و عدد های ده دهی

مسئله ۴۵ ـ پنج سال پیش از این سن پدری ۳ برابر سن پسرش بود و ٦ سال دیگر سن پدر دو برابر سن پسر خواهد بود ـ مطلوبست سن فعلی هریك (پدر ۳۸ سال پسر ١٦ سال)

مسئله ۴٦ ـ میوه فروشی ۲ نوع هندوانه دارد میخواهد هندوانه های نوع اول را دانه ۷۵ر١ ریال وهندوانه های نوع دوم را دانهٔ ۲۵ر١ ریال بفروشد اما تمام هندوانه‌ها را دانهٔ ۵۰ر١ ریال فروخت و ۳ ریال بیش ازآنچه تصور میکرد سود برد ـ تعیین‌کنید شماره هندوانه‌های هرنوع را (نوع اول ١۲٤ نوع دوم ٨٦)

مسئله ۴۷ ـ رزازی ۲۵ بار برنج را که هریك ١١٨ کیلو گرم برنج داشت جمعاً بهبهای ٦٠۲۵ ریال خرید وبرای هزینه‌های مختلف ٨٤ ریال‌داد پس‌ازبوجاری ازهرباری دو کیلو گرم کم شد ـ میخواهیم بدانیم اگرهرکیلو گرم برنج رابه ٥ر۲ریال بفروشد چقدر سود خواهد برد (١١٤١ ریال)

مسئله ۴٨ ـ بقالی‌مقداری تخم مرغ‌دارد میخواهد هرتخم مرغ را ١٥ر٠ریال بفروشد ولی چون ٤۷ تخم مرغ شکست مجبور شد هر ٥ تخم مرغ رابه ٨٠ر٠ ریال بفروشد تا همان اندازه سود ببرد معین‌کنید چند تخم مرغ داشته (۷٥۲ تخم مرغ)

مسئله ۴۹ ـ بقالی ۷ ظرف عسل خرید هر کیلوگرمی به ٨ ریال ـ پس‌از آب کردن عسل هر ظرفی ۳ کیلو گرم موم داشت وعسل آب کرده را هر کیلوگرمی به ٦٥ر١٠ ریال فروخت و ۳٥ر١٤۷ ریال سود برد ـ تعیین کنید در هر ظرف چند کیلوگرم عسل بوده (۲٠ کیلوگرم)

مسئله ۵٠ ـ شخصی ۲١۲٠ ریال پول دارد ویك نفر دیگر ١۷۲٨٨ریال هر کدام ازاین دو نفر سالانه ٦٨۳ ریال میتوانند ذخیره کنند تعیین کنید پس از چند سال پول شخص دوم ۳ برابر پول شخص اول میشود (پس از ٨ سال)

مسئله ۵١ ـ شخصی ۳ پسردارد مجموع سن اولی ودومی ۳۳ سال‌ومجموع

سن دومی و سومی ۲۲ سال ومجموع سن اولی وسومی ۲۵ سال است ـ معین کنید سن هر یك از سه پسر را (اولی ۱۸ سال دومی ۱۵ سال سومی ۷ سال)

مسئله ۵۲ ـ هفت نفر مسافر با راه آهن از تهران به بندر شاهپور میروند در موقع رفتن ٤ نفر در درجه دوم و ۳ نفر در درجهٔ سوم قرارداشتند ـ در برگشتن ٦ نفردردرجهٔ دوم ویك نفردر درجهٔ سوم بود ـ درموقع رفتن جمعاً مبلغ ۸۵ر۱۳۷۰ ریال در موقع برگشتن جمعاً ٤٥ر۱٥٤٥ ریال کرایه داده اند ـ میدانیم تفاوت بهای يك بليت درجهٔ دوم ويك بليت درجهٔ سوم دريك كيلو متر ۱ر۰ ريال است ـ مطلوبست اولا فاصله تهران تا بندر شاهپور و ثانیا قیمت کرایه برای يك كيلو متر در درجهٔ دوم و درجهٔ سوم (فاصلهٔ ۹۳۳ کیلومتر دوم ۲۵ر۰ ريال سوم ۱٥ر۰ ريال)

مسئله ۵۳ ـ میوه فروشی يك صندوق پرتقال که بهای هردانهٔ آن ۳۰ر۰ ريال بود خرید ـ يك چهارم را دانهٔ ٦۰ر۰ ريال يك چهارم را دانهٔ ۵۰ر۰ ريال ويك چهارم دیگررا دانهٔ ٤۰ر۰ریال وبالاخره يك چهارم دیگر را دانهٔ ۲۵ر۰ ريال فروخت ودراين داد وستد ۵ر۱۷ ريال سود برد ـ مطلوبست شماره پرتقالهای صندوق (۲۰۰ پرتقال)

مسئله ۵٤ ـ در گلهٔ جمعا ۱۹۰ گوسفند و بره موجود است ـ قیمت این گله ۱۱۳۵۰ ريال و بهای يك گوسفند و يك بره جمعا ۱۰۵ ريال است ـ بعلاوه بهای ۱٦ بره برابر قیمت ۵ گوسفند است ـ تعیین کنید شماره گوسفندها و برههای این گله وقیمت يك گوسفند ويك بره را (۱۲۰ گوسفند و ۷۰ بره ـ بهای گوسفند ۸۰ ريال قيمت بره ۲۵ ريال)

مسئله ۵۵ ـ پارچه فروشی ۲ نوع پارچه خریده برای اولی ۳۲۵ ريال وبرای دومی ۲۰ر۵۳۱ ریال پول داده ـ قیمت يك متر پارچه دوم ۰۵ر۲ ريال بیش از يك متر ازپارچهٔ اول است ویکمتر ازپارچه اول و يك متر ازپارچه دوم جمعا ۵۵ر۱٤ ريال ارزش دارند ـ مطلوبست در ازای هر يك ازدو پارچه و قیمت يك متر هر كدام (اولی ۵۲ متر هر متری ۲۵ر٦ ريال دومی ٦٤ متر هر متری ۳۰ر۸ ريال)

مسئله ۵٦ ـ بزازی ۳ توپ پارچه خرید اولی متری ۸ ريال دومی متری ٦ ريال سومی متری ۷ ريال وهمه را با ۱۵ در صد سود به ۲۰ر٦۵۳ ريال فروخت

در صورتیکه قیمت خرید توپ اول برابر مجموع قیمت خرید دو توپ دیگر بوده است مطلوبست درازای هر یك از سه توپ پارچه و سود بزاز

(اولی۲۳ متر دومی ۱۲ مترسومی ۱٦ متر سود بزاز ۸۵ر۲۰ ریال)

مسئله ۵۷ ـ سه دسته دانش‌آموز در مسابقه دو وپرش و شنا شرکت کردند و قرار گذاردند درهر یك ازسه مسابقه دستهٔ آخری موجودی صندوق دو دسته‌دیگررا ۳ برابر کنند ـ در مسابقهٔ دو دستهٔ اول در مسابقهٔ پرش دستهٔ دوم و در مسابقه شنا دستهٔ سوم باختند در آخر کار موجودی هر یك از سه صندوق ۳۲۰ ریال بود معین کنید پیش از مسابقه ها در هر صندوقی چه مقدار پول بوده.

(دسته اول ۱٦۰ ریال دستهٔ دوم ۲۸۰ ریال دستهٔ سوم ۵۲۰ ریال)

مسئله ۵۸ ـ عطاری از بازرگانی مقداری قند و چای وقهوه خرید ـ بهای یك کیلو گرم قند ٤ ریال و بهای یك کیلو گرم چای ۳٦ ریال و بهای یك کیلو گرم قهوه ۲۸ ریال بود ـ وزن قند ۱۰ برابر وزن چای و وزن چای ۵ برابر وزن قهوه است پس از تخفیف تجارتی ۵ در صد ۸۰ر۱۱٦۲ ریال بهای آنها را پرداخته معین کنید مقدار هر یك از این سه جنس و مبلغی را که بعطار تخفیف داده شد

(۱۵۰ کیلو گرم قند و۱۵ کیلو گرم چای و۳ کیلو گرم قهوه تخفیف۲۰ر٦۱ریال)

مسئله ۵۹ـ ملاکی باغی را به۴۰۵۰۰ ریال وقطعه‌زمین زراعتی‌را که مساحت آن ۳ برابر مساحت باغ بود به ۳۷٦٤۰ ریال خرید میدانیم بهای یك متر مربع باغ ۵ر۳۰ ریال بیش از قیمت یك متر مربع زمین است ـ مطلوبست تعیین مساحت باغ و زمین و بهای یك متر مربع هر کدام

(باغ ۵٤۰۰ متر مربع هر متر مربعی ۵ر۷ ریـال زمین ۱۷۲۰۰ متر مربع هر متر مربعی ۲۰ر۲ ریال)

مسئله ٦۰ ـ کار گری درسال غیر کبیسه ۳۰۰ روز کار کرده نصف این روز ها را روزی ۱۸ ریال و بقیه را روزی ۱۵ ریال گرفته ـ روز های کار هزینه او ۹ ریال میباشد پس از یکسال ۱۵۳۰ ریال اندوخته کرده معین کنید هزینه او را در روز های تعطیل (۱۱ ریال)

مسئله ۶۱ - برای پوشش هریك از ۱۸ تخت خواب بیمارستانی ۵ متر پارچه لازمست در موقع تهیه پوشش ۳ تخت خواب اضافه شد و مجبور شدند پارچهٔ بهمان پهنا که متری یك ریال ارزانتر بود انتخاب کنند ـ معین کنید قیمت یك متر از پارچه نوع اول و دوم را (نوع اول متری ۵ر۵ ریال نوع دوم متری ۵ر۴ ریال)

مسئله ۶۲ - پدری در موقع تولد پسرش ۳۳ سال داشت وقتی سن پسر برابر سن فعلی پدر شود مجموع سن های آنها ۱۱۱ سال خواهد بود ـ معلوم است سن کنونی هر یك (پدر ۴۵ پسر ۱۲ سال)

مسئله ۶۳ - ماهوت فروشی چند توپ ماهوت دارد اگر آن را هرمتری ۸۵ ریال بفروشد ۱۶۲۰ ریال سود خواهد برد ولی چون ماهوت بید خوردگی پیدا کرد مجبور شد آنرا هرمتری ۷۱ ریال بفروشد و ۲۷۰ ریال زیان برد ـ معین کنید درازای پارچه و بهای خرید یك متر را (درازای پارچه ۱۳۵ متر بهای خرید یکمتر ۷۳ ریال)

مسئله ۶۴ - میوه فروشی ۴۰ صندوق پرتقال که در هر یك ۱۶۷ پرتقال بود خرید ۳۸ دانه از پرتقالها فاسد شده بود و برای اینکه ۶۵۱ ریال نفع ببرد هر ۱۰۰ پرتقال مانده را ۱۰۰ ریال بیش از آنچه خریده بود فروخت ـ معین کنید بهای خرید پرتقالها را (بهای خرید پرتقالها ۲۳۳۸ ریال)

مسئله ۶۵ - دهقانی چند گوسفند دارد و میخواهد آنها را فروخته ماشینی برای آبیاری مزرعه خود بخرد ـ اگر هر گوسفند را ۷۸ ریال بفروشد میتواند ماشین را خریده و ۶۸ ریال نیز برایش باقی بماند ولی اگر هر گوسفند را ۷۶ ریال بفروشد برای خرید ماشین ۴۴ ریال کم دارد ـ معلوم است بهای ماشین و شمارهٔ گوسفندان (۴۳۰۰ ریال و ۵۶ گوسفند)

مسئله ۶۶ - شخصی چند اسب خرید ـ اگر هر اسب را ۱۴۳۶ ریال بفروشد ۳۲۴ ریال ضرر می‌نماید ولی اگر هر اسب را ۱۵۶۱ ریال بفروشد ۳۰۲۳ ریال سود خواهد برد ـ تعیین کنید بهای خرید یك اسب و شمارهٔ اسبها را (۱۴۴۸ ریال ۲۷ اسب)

مسئله ٦٧ - رزازی مقداری برنج دارد - اگر هر کیلوگرم آن را به ٨ر٢ ریال بفروشد میتواند یك خانه بخرد و ١٤٦٥٠ ریال برایش باقی میماند - ولی اگر هر کیلوگرم را به ٥ر٢ ریال بفروشد باید ٥٠٠٠ ریال وام گیرد تا بتواند خانه را بخرد - مطلوبست وزن برنج و مساحت خانه در صورتیکه میدانیم هر متر مربع خانه ٢٢٥ ریال ارزش دارد (٦٥٥٠٠ کیلوگرم و ٧٥٠ متر مربع)

مسئله ٦٨ - سه کارگر در کارخانهٔ کار میکنند اولی و دومی پس از ١٢ روز ٢٢٨ ریال دومی وسومی پس از ١٤ روزکارکردن ٢١٠ ریال وبالاخره اولی و سومی پس از ١٧ روزکار ٢٧٢ ریال مزدگرفتند - مطلوبست مزد روزانه هریك از سه کارگر)

(اولی ١٠ ریال دومی ٩ ریال سومی ٦ ریال)

مسئله ٦٩ - در موقع درو دو کارگر در مزرعهٔ با مزد روزانهٔ مساوی اجیر گردیدند - پس از ٢٠ روز کار باولی ٦٠ ریال و صد من گندم دادند - پس از ٢٥ روز کار بدومی ٣٠ ریال و ١٥٠ گندم دادند - مطلوبست مزد روزانه کارگرها بریال و بهای یك من گندم (مزد روزانه ١٢ ریال بهای یك من گندم ٨ر١)

مسئله ٧٠ - خیابانی از شهر که ١٢٠٠٠ متر مربع سواره رو و ٥٤٠٠ متر مربع پیاده رو دارد آسفالت شده و قیمت آن جمعاً ٦٥٥٢٠٠ ریال میباشد - میخواهیم خیابان دیگری ازشهر را که ٨٠٠٠ متر مربع سواره رو و ٣٦٠٠ مترمربع پیاده رو دارد بهمان ترتیب آسفالت کنیم - میدانیم قیمت آسفالت ٣ مترمربع پیاده رو برابر بهای ٢ متر مربع سواره رو باشد - مطلوبست اولا تعیین بهای آسفالت یك متر مربع سواره رو و یك متر مربع پیاده رو و ثانیاً هزینه ساختمان خیابان دوم

(یکمتر مربع سواره رو ٤٢ ریال یکمتر مربع پیاده رو ٢٨ ریال هزینه خیابان دوم ٤٣٦٨٠٠ ریال)

مسئله ٧١ - اندوخته شخصی دو برابر اندوخته شخص دیگر است - اولی ٧٥ در صد اندوختهٔ خود و دومی ٨٠ در صد اندوخته خود را خرج مینمایند - پس از آن برای اولی ٧٢٠٠ ریال بیش از دومی باقی مانده معین کنید اندوخته اولی هر یك را

(اولی ٤٨٠٠٠ ریال دومی ٢٤٠٠٠ ریال)

مسئله ۷۲ ـ کشاورزی ۳ گاو بمبلغ ۱۶۸۰ ریال خرید ـ بهای گاو سوم ۳۰۰ ریال از مجموع بهای گاو اول و دوم کمتر است و بهای گاو دوم ۱۳۰ ریال بیش از قیمت گاو اول است تعیین کنید بهای هر گاو را (اولی ۴۳۰ ریال دومی ۵۶۰ ریال سومی ۶۹۰ ریال)

مسئله ۷۳ ـ در ساختمان قطعهٔ از راه آهن سه دسته کارگر کار میکنند در دستهٔ اول ۸ کارگر بیش از دستهٔ دوم و ۱۲ کارگر بیش از دسته سوم میباشد مزد روزانهٔ یك کارگر دستهٔ اول ۷٫۵ ریال و یك کارگر دستهٔ دوم ۷ ریال و یك کارگر دستهٔ سوم ۶ ریال میباشد ـ مزد روزانه سه دسته جمعاً ۶۹۲ ریالست مطلوبست شمارهٔ کارگر های هردسته (اول ۴۰ کارگر دوم ۳۲ کارگر سوم ۲۸ کارگر)

مسئله ۷۴ ـ دلالی ۴۵ گوسفند و ۱۷ گاو را به ۱۰۷۴۰ ریال خرید سودی که از فروش یك گاو باو میرسد ۵ برابر سودیست که از فروش یك گوسفند باو میرسد ـ گوسفند ها را جمعاً به ۴۰۹۵ ریال و گاوها را جمعاً به ۸۰۷۵ ریال فروخت ـ مطلوبست قیمت یك گاو و یك گوسفند (۱ یك گاو ۴۲۰ ریال یك گوسفند ۸۰ ریال)

مسئله ۷۵ ـ مقاطعه کاری ۲۱ هزار آجر تراش و آجر ابلق را جمعاً به ۳۶۳۰ ریال خرید ـ میدانیم شمارهٔ آجر های ابلق ۶ برابر شمارهٔ آجر های تراش بوده و بعلاوه بهای ۳۵ آجر ابلق مساوی قیمت ۱۶ آجر تراش میباشد ـ مطلوبست شمارهٔ آجر های تراش و ابلق و بهای هزار آجر از هر نوع (تراش ۲۵۰ ریال ابلق ۱۶۰ ریال ۳ هزار آجر تراش ۱۸ هزار آجر ابلق)

مسئله ۷۶ ـ در کارخانهٔ ۳۲ زن و ۵۲ مرد کار میکنند ـ مزد روزانه یك زن برابر ۷۵ صدم مزد روزانه یك مرد میباشد این کارگرها در هفته ۶ روز کار میکنند و جمعاً ۳۸۲۸ ریال مزد میگیرند ـ معین کنید مزد روزانهٔ یك زن و مزد روزانهٔ یك مرد را (مزد مرد روزی ۸ ریال ـ مزد زن روزی ۶ ریال)

مسئله ۷۷ ـ نمایندهٔ تجارتخانهٔ روزی ۵۰ ریال حقوق [illegible] روزی

۱۵ ریال هزینهٔ سفر دریافت میکند و بعلاوه یك درصد از مقدار داد و ستدی که میکند حق‌العمل میگیرد . پس از انجام مسافرتی که در طی آن هزینهٔ روزانهٔ او ۳۸ ریال بوده و ۴۲۷۰۰ ریال هم جنس فروخته مبلغ ۱۱۵۶ ریال ذخیره کرده است معین کنید مسافرتش چند روز طول کشیده (۲۷روز)

مسئله ۷۸ - باغبانی میخواهد در کنار جوی آبی درخت تبریزی بکارد اگر فاصلهٔ درختها را برابر ۱۲۰ سانتی متر اختیار کند ۶۰ سانتی متر از آخر باقی میماند و اگر فاصلهٔ درختهارا ۱۳۰ سانتی متر اختیار نماید ۱۲ درخت کمتر خواهد کاشت و یك متر در آخر باقی میماند . مطلوبست درازای جوی آب و شمارهٔ درختها دردفعهٔ دوم (طول جوی ۱۸۳ متر درختهای باردوم ۱۴۱)

مسئله ۷۹ - کوزه فروشی چند کوزه را هر یك به ۱۰۳۵ ریال خرید در راه چهار کوزه شکست اگر هر یك ازکوزه هائی را که مانده به ۱۰۸۵ ریال بفروشد ۱۱۰۶۰ ریال سود خواهد نمود . مطلوبست شمارهٔ کوزه هائی که خریده (۳۸ کوزه)

مسئله ۸۰ - رزازی مقداری روغن دارد و میخواهد آنرا از قرار هر کیلوگرم ۱۱۰۴۵ ریال بفروشد . ولی پس از آنکه روغنها را آب کرد ۱۶ کیلوگرم آفت حاصل شد و برای اینکه بهمان مقدار سابق سود ببرد هرکیلوگرم را به ۱۲۰۸۰ ریال فروخت . تعیین کنید چند کیلوگرم روغن داشته (۱۵۴ کیلوگرم)

مسئله ۸۱ - در یکی از دهستانها مالکی میخواهد یك دبستان بهزینهٔ خود بسازد و برای این ساختمان باید ۲۸۰۰۰ ریال خرج کند . اگر مجموعاً ۱۷۰ گاو و گوسفند بفروشد ۱۱۴ ریال کم خواهد داشت و اگر ۵ گوسفند دیگر بهمان قیمت بفروشد ۲۶۱ ریال برایش باقی میماند و اگر ۲ گاو دیگر هم بهمان بها بفروشد ۷۴۰ ریال برایش باقی میماند . مطلوبست قیمت یك گاو و یك گوسفند و شمارهٔ گاوها و گوسفند هائی که اخیراً فروخته (یك گاو ۴۲۷ ریال - یك گوسفند ۷۵ریال ۴۵ گاو - ۱۳۲ گوسفند)

مسئله ۸۳ - بزازی مقداری ماهوت خریده و میخواهد هر متر آن را ۷۰ ریال بفروشد و ۵۲۵ ریال سود ببرد . ولی نتوانست ماهوت را بیش از متری

۶۱ ریال بفروشد و ۱۵۰ ریال زیان نمود ـ مطلوبست در ازای پارچه وقیمت خرید یکمتر (۷۵ متر و ۶۳ ریال)

مسئله ۸۳ ـ شیر فروشی ازدهقانی ۵۰ لیتر شیر خرید وزن آن ۵۱۰۳۲۰ کیلوگرم بود ـ میدانیم هر لیتر شیر خالص ۱/۰۳۰ کیلوگرم وزن دارد ـ معین کنید در این شیر چند لیتر آب بوده (۶ لیتر)

مسئله ۸۴ ـ سمساری یک قالی و یک جفت قالیچه به ۴۷۶۶ ریال فروخت و جمعاً ۴۶۶ ریال سود برد ـ میدانیم در فروش قالی ۱۰ در صد ودر فروش قالیچه ها ۱۲ درصد سود برده ـ مطلوبست بهای خرید قالی وقالیچه ها (قالی ۲۵۰۰ ریال قالیچه ها ۱۸۰۰ ریال)

مسئله ۸۵ ـ برازی یک توپ مخمل رامتری ۵۴ ریال خرید بواسطهٔ آب افتادن مجبور شد یکچهارم آنرا متری ۲۵ ریال و بقیه را متری ۴۰ ریال بفروشد در این دادوستد ۳۱۵ ریال زیان برد مطلوبست درازی پارچه (۳۶ متر)

مسئله ۸۶ ـ بهای گندم در یک شهر هر تن ۵۴۰ ریال و در شهر دیگر که فاصله اش تاشهر اولی ۳۲۶ کیلو متر است تنی ۶۰۰ ریال است ـ دهستانی بین این دو شهر بقسمی واقع است که گندم این دو شهر یک قیمت در آن وارد میشود معین کنید فاصله این دهستان را از آن دوشهر در صورتیکه میدانیم کرایهٔ باربری هر تن در یک کیلو متر یکریال است

(از شهری که در آن گندم گرانتر است ۱۳۳ کیلومتر از دیگری ۱۹۳ کیلومتر)

مسئله ۸۷ نوشت افزار فروشی ۱۲۶ جعبه سرقلم و ۲۴ دسته چوب قلم را جمعاً به ۶۲۵٫۸۰ ریال خریده ـ بهای خرید سرقلمها باندازهٔ ۳۵۷ ریال بیش از بهای خرید چوب قلمها بوده معین کنید قیمت خرید یک دسته چوب قلم ویک جعبه سر قلم را

(دسته چوب قلم ۳٫۲ ریال جعبه سر قلم ۳٫۹ ریال)

مسئله ۸۸ ـ پرنده فروشی ۴۰ بوقلمون و ۹۰ مرغ را بیک قیمت فروخت میدانیم بهای یک بوقلمون ۱۰ ریال بیش از قیمت یکمرغ است ـ معین کنید بهای یک بوقلمون و یک مرغ را (بوقلمون ۱۸ ریال مرغ ۸ ریال)

مسئله ۸۹ - دهقانی یك اسب و یك گاو و یك الاغ و سه گوسفند را به ۱۹۰۰ ریال خرید - قیمت اسب از دو برابر قیمت گاو ۱۰۰ ریال کمتر و قیمت گاو برابر مجموع بهای الاغ و گوسفند هاست - بهای هر گوسفند هم ۸۰ ریال است - مطلوبست بهای اسب و گاو و الاغ
(اسب ۹٤۰ ریال گاو ۵۲۰ ریال الاغ ۲۸۰ ریال)

مسئله ۹۰ - بانوئی ۵ متر ماهوت و ۹ متر مخمل و ۲۰ متر دبیت را جمعاً به ۱۱٤۸ ریال خرید میدانیم بهای یکمتر ماهوت ۳ برابر بهای یکمتر مخمل است معین کنید بهای یکمتر از هر سه پارچه را در صورتیکه بهای یکمتر مخمل ٦ برابر بهای یکمتر دبیت است (ماهوت ۱۲٦ ریال مخمل ٤۲ ریال دبیت ۷ ریال)

مسئله ۹۱- رزازی ٤۵۰ کیلو گرم برنج و ۱٤۰ کیلو گرم روغن را جمعاً به ۳۰۳۰ ریال خرید و میدانیم بهای یك کیلو گرم روغن چهار برابر بهای یك کیلو گرم برنج است - مطلوبست قیمت خرید یك کیلو گرم برنج و یك کیلو روغن - اگر بخواهد برنج را با ۱۰ در صد و روغن را با ۱۵ در صد سود بفروشد بهای یك کیلو گرم از هر کدام را معلوم کنید (بهای خرید یك کیلو گرم روغن ۱۲ ریال - بهای خرید یك کیلو گرم برنج ۳ ریال)

مسئله ۹۲ - کارگری هر روز کار کند ۹ ریال مزد میگیرد همه روزه ۵ر۵ ریال هزینهٔ زندگی مینماید - در ماه اردی بهشت این کارگر ۵ر۵۵ ریال ذخیره نموده مطلوبست شماره روز های کار و تعطیل (۲۵ روز کار ٦ روز تعطیل)

مسئله ۹۳ - مزد روزانه شاگرد آهنگری ۷۵ صدم مزد خود آهنگر میباشد - آهنگر ۲۳ روز و شاگردش ۲۵ روز کارکرده اند و جمعاً ٦٦۸ ریال مزد گرفته اند معین کنید مزد روزانه هر یك را (آهنگر ۱٦ ریال - شاگرد آهنگر ۱۲ ریال)

مسئله ۹٤ - بهای یك لیتر نفت ۲ر۱ ریال و یك لیتر بنزین ۵ر۱ ریال تعیین شده بنگاهی درماه مقداری نفت و بنزین مصرف می نماید میدانیم ۷۰ لیتر نفت بیش از بنزین بکار رفته و بهای نفت ۳۰ ریال بیش از قیمت بنزین است - معین کنید مقدار نفت و بنزین مصرف یکماههٔ این بنگاه را (نفت ۲۵۰ لیتر - بنزین ۱۸۰ لیتر)

بخش چهارم

توان (قوه)

۸۵ - تعریف - هر گاه چندین عدد مساوی را دریکدیگر ضرب کنیم حاصل‌ضرب را توانی ازیکی از آن عددها خوانیم - یکی ازعددهای ضرب کردنی را پایه و شماره این عدد ها را نما گویند .

مثال - حاصل ضربهای زیرین را در نظر گیریم ۹ = ۳ × ۳ و ۲۱۶ = ۶ × ۶ × ۶ و ۳۲ = ۲ × ۲ × ۲ × ۲ × ۲ عدد ۹ را توان دوم ۳ وعدد ۲۱۶ را توان سوم عدد ۶ و ۳۲ راتوان پنجم عدد ۲ خوانیم

طرزنوشتن - این نوع حاصل ضربهارامیتوان بطریق ساده‌ئی نمایش داد برای این کار پایه را نوشته نما را بالای آن متمایل براست قرار میدهیم مثلا توانهای بالا چنین نوشته میشود $۹ = ۳^{۲}$ و $۲۱۶ = ۶^{۳}$ و $۳۲ = ۲^{۵}$ و میخوانند سه نما دو یاتوان دوم سه و شش نما سه یا توان سوم شش و . . . .

۱ - جمع توان ها

۸۶ - قاعده - برای اینکه چندین توان را با یکدیگر جمع کنیم باید عمل جمع را در حاصل ضربها انجام داد

مثال - میخواهیم $۲^{۷}$ را با $۵^{۳}$ جمع کنیم اول عدد دو را بتوان ۷ میرسانیم میشود ۱۲۸ و ۵ رابتوان ۳ میرسانیم میشود ۱۲۵ = ۵ × ۵ × ۵ سپس دو عدد ۱۲۸ و ۱۲۵ را بیکدیگر جمع میکنیم میشود:

$$۲^{۷} + ۵^{۳} = ۱۲۸ + ۱۲۵ = ۲۵۳$$

۲ ـ تفریق توان ها

۸۷ - قاعده - برای تفریق توان عددی از توان عدد دیگر عمل تفریق را بین دو حاصل ضرب انجام میدهیم .

مثال - میخواهیم $۴^{۳}$ را در $۹^{۲}$ تفریق کنیم گوئیم $۴^{۳} = ۶۴$ و $۹^{۲} = ۸۱$ پس $۹^{۲} - ۴^{۳} = ۸۱ - ۶۴ = ۱۷$

۳ ـ ضرب توان ها

۸۸ - حالتهای مختلف - در ضرب توان ها سه حالت تشخیص داده میشود :

حالت اول - ضرب دو یا چندین توان وقتی پایه ها مساوی باشند:

مثال - میخواهیم $۲^{۳}$ و $۲^{۵}$ و $۲^{۲}$ را درهم ضرب کنیم برای اینکار گوئیم $۲^{۳} = \overbrace{۲ \times ۲ \times ۲}^{\text{۳ مرتبه}}$ و $۲^{۵} = \overbrace{۲ \times ۲ \times ۲ \times ۲ \times ۲}^{\text{۵ مرتبه}}$ و $۲^{۲} = \overbrace{۲ \times ۲}^{\text{۲ مرتبه}}$ پس چنین داریم

$$۲^{۳} \times ۲^{۵} \times ۲^{۲} = \overbrace{(۲ \times ۲ \times ۲)}^{\text{۳ مرتبه}} \times \overbrace{(۲ \times ۲ \times ۲ \times ۲ \times ۲)}^{\text{۵ مرتبه}} \times \overbrace{(۲ \times ۲)}^{\text{۲ مرتبه}}$$

دیده میشود که در حاصل ضرب بالا $۳ + ۵ + ۲ = ۱۰$ دفعه عدد ۲ وجود دارد یعنی

$$۲^{۳} \times ۲^{۵} \times ۲^{۲} = ۲^{۱۰}$$

قاعده - حاصل ضرب چندین توان یك عدد عبارتست از توانی از عدد مفروض که نمای آن مجموع نماهای توان های مفروض باشد

حالت ۲ - ضرب دو یا چندین توان وقتی نماها مساوی باشند .

مثال - میخواهیم 2^4 را در 5^4 ضرب کنیم گوئیم :

$$2^4 \times 5^4 = (2\times2\times2\times2)\times(5\times5\times5\times5) =$$
$$(2\times5)\times(2\times5)\times(2\times5)\times(2\times5) = (2\times5)^4 = 10^4$$

چنانکه دیده میشود حاصل ضرب توان چهارم ۲ در توان چهارم ۵ عبارتست از توان چهارم حاصل ضرب ۵ × ۲ یا 10^4 .

قاعده - حاصل ضرب دو توان مساوی دو عدد همان توان است از حاصل ضرب آن دو عدد

حالت ۳ - قاعده - برای ضرب چندین توان که نه دارای پایه‌های مساوی و نه نماهای مساوی باشند باید عمل ضرب را در حاصل ضربها انجام داد .

۴ - تقسیم توان ها

۸۹ - حالتهای مختلف - در تقسیم توان ها نیز سه حالت تشخیص داده میشود :

حالت ۱ - تقسیم دو توان که پایه های آنها مشترك است

مثال - میخواهیم 4^7 را بر 4^3 تقسیم کنیم گوئیم

$$4^7 : 4^3 = (4\times4\times4\times4\times4\times4\times4):(4\times4\times4) = 4\times4\times4\times4 = 4^4$$

چنانکه دیده میشود در خارج قسمت مطلوب ۴ = ۳ − ۷ دفعه عدد چهار موجود است یعنی $4^7 : 4^3 = 4^4$

قاعده - خارج قسمت دو توان یك عدد برابر توانی است از آن عدد که نمای آن فضل نمای آن مقسوم باشد بر نمای مقسوم علیه

حالت ۲ - تقسیم دو توان وقتی نماها مشترك است .

مثال - میخواهیم $۱۲^۵$ را بر $۳^۵$ تقسیم کنیم صورت عمل چنین است .

$$۱۲^۵ : ۳^۵ = (۱۲×۱۲×۱۲×۱۲×۱۲):(۳×۳×۳×۳×۳) =$$
$$(۱۲:۳)×(۱۲:۳)×(۱۲:۳)×(۱۲:۳)×(۱۲:۳) = (۱۲:۳)^۵ = ٤^۵$$

چنانکه دیده میشود خارج قسمت توان پنجم ۱۲ برتوان پنجم سه عبارتست از توان پنجم ٤ که خارج قسمت ۱۲ است بر ۳

قاعده - خارج قسمت دو توان مساوی از دو عدد همان توان است از خارج قسمت پایه مقسوم برپایه مقسوم علیه

حالت ۳ - قاعده در تقسیم توان وقتی نه پایه ها مساوی باشند نه نما ها باید عمل تقسیم را در حاصل ضرب ها انجام داد

نتیجه ۱- فرض کنیم میخواهیم $۵^٤$ را بر $۵^۳$ تقسیم کنیم بنابر قاعده نامبرده خارج قسمت عبارتست از $۵^٤ : ۵^۳ = ۵^{٤-۳} = ۵^۱$ ازطرف دیگر میدانیم $۵^٤ = ۶۲۵$ و $۵^۳ = ۱۲۵$ است و $۶۲۵ : ۱۲۵ = ۵$ پس چنین نتیجه میگیریم که $۵^۱ = ۵$ میباشد یعنی توان یکم هر عدد برابر خود آن عدد است .

نتیجه ۳ - فرض میکنیم میخواهیم $۳^۵$ را برابر $۳^۵$ تقسیم کنیم بنا برقاعده بالا خارج قسمت عبارتست از $۳^۵ : ۳^۵ = ۳^۰$ ازطرف دیگر چون مقسوم ومقسوم‌علیه برابر میباشند خارج قسمت مساوی یك‌است پس معلوم میشود $۳^۰ = ۱$ یعنی هرعددکه بتوان صفربرسد حاصل برابر یك است .

مسئله ها

مسئله - این ضربها را انجام دهید: - $۳^{۴}\times۳^{۲}$ و $۵^{۸}\times۵$ و $۷^{۲}\times۷^{۳}\times۷^{۸}$ و $۱۲^{۶}\times۱۲^{۲}\times۱۲^{۹}$ و $۴^{۵}\times۳^{۵}$ و $۷^{۶}\times۳^{۶}\times۲^{۶}$ و $۴^{۸}\times۳^{۸}\times۹^{۸}$ و $۳^{۴}\times۳^{۵}\times۷^{۳}\times۷^{۲}$ و $۶^{۸}\times۲^{۳}\times۶^{۵}\times۲^{۷}\times۲^{۳}$.

مسئله - این تقسیم هارا انجام دهید $۴^{۶}:۴^{۲}$ و $۸^{۷}:۸^{۳}$ و $۹^{۳}\times۹^{۲}:۹^{۴}\times۹^{۲}$ و $۱۲^{۵}:۲^{۵}$ و $۱۸^{۱۳}:۶^{۱۳}$ و $۸^{۹}\times۳^{۹}:۶^{۶}\times۴^{۶}$

بخش پنجم

محاسبه های ذهنی

۹۰ ـ قواعد کلی و عمومی چهار عمل اصلی در اعداد درست و اعداد ده دهی ضمن دو بخش پیش بتفصیل گفته شد ولی برای سرعت عمل و پرورش فکر دانش آموزان درین بخش قاعده هائی برای انجام چهار عمل اصلی بنام محاسبه های ذهنی ذکر میشود و **حتماً لازم است** دانش آموزان را عادت داد علاوه برضبط این قاعده ها هرجا لازم باشد آنها را بکار برند .

استعمال قاعده های محاسبه های ذهنی دارای فواید بسیاری است زیرا این اعمال هر روز در زندگانی مورد احتیاج هر فردی است و همیشه وسائل محاسبه نوشتنی در دست نیست و بعلاوه امروز انسان هرقدر میتواند باید از وقت صرفه جوئی نماید پس لازم است هر اندازه که ممکن است محاسبه های معمولی جمع و تفریق و ضرب و تقسیم را سریعتر انجام داد :

۱ ـ جمع

۹۱ ـ جمع دو عدد . مثال ۱ ـ میخواهیم دو عدد ۹۸ و ۴۳ را با یکدیگر جمع کنیم مجموع ۹۸ و ۴۰ برابر ۱۳۸ و مجموع ۱۳۸ و ۳ برابر ۱۴۱ میگردد پس ۱۴۱ = ۴۳ + ۹۸

مثال ۲ ـ میخواهیم دو عدد ۴۸۲ و ۱۲۷ را با هم جمع کنیم

میگوئیم مجموع ٤٨٢ و ١٠٠ میشود ٥٨٢ و مجموع ٥٨٢ و ٢٠ میشود ٦٠٢ و مجموع ٦٠٢ و ٧ میشود ٦٠٩ پس ٤٨٢ + ١٢٧ = ٦٠٩

مثال ٣ - میخواهیم دو عدد ٧٣٦١ و ٤٥٦ را باهم جمع کنیم گوئیم مجموع ٧٣٦١ و ٤٠٠ میشود ٧٧٦١ و مجموع ٧٧٦١ و ٥٠ میشود ٧٨١١ و مجموع ٧٨١١ و ٦ میشود ٧٨١٧ پس

٧٣٦١ + ٤٥٦ = ٧٨١٧

قاعده - برای جمع دو عدد کافی است بر عدد بزرگتر یکان های مختلف عدد کوچکتر را از طرف چپ پی در پی در ذهن اضافه نمود.

طریقه دیگر برای جمع عدد های بزرك :- مثل - میخواهیم دو عدد ٤٧٩١ و ٢٥٦٤ را بایکدیگر جمع کنیم میگوئیم مجموع ٤٧ صده و ٢٥ صده میشود ٧٢ صده و مجموع ٩١ یکه و ٦٤ یکه میشود ١٥٥ پس مجموع دو عدد مفروض عبارتست از ٧٢ + ١ = ٧٣ و ٥٥ یکه یعنی ٤٧٩١ + ٢٥٦٤ = ٧٣٥٥

قاعده - برای جمع دو عدد بزرگتر از صد هر یك از آنها را بدو جزء یا بیشتر قسمت کرده هر یك از این اجزاء را نظیر به نظیر در ذهن با یکدیگر جمع میکنیم و حاصل جمعها را باهم میفزائیم.

مثال ١ - میخواهیم دو عدد ٩٢ و ٧٥ را باهم جمع کنیم — نخست عدد ٩٠ را که نزدیك به ٩٢ است با ٧٥ جمع میکنیم میشود ١٦٥ پس ٢ را بآن میفزائیم میشود ١٦٧ یعنی ٩٢ + ٧٥ = ١٦٧

مثال - ٢ — میخواهیم دو عدد ٨٨ و ٧٥ را باهم جمع کنیم نخست عدد ٩٠ را که نزدیك به ٨٨ است و جمع کردن آن با ٧٥

آسان است جمع میکنیم میشود ۱۶۵ سپس دو یکه از آن میکاهیم میشود ۱۶۳ پس $۸۸ + ۷۵ = ۱۶۳$

قاعده - اگر یکی از دو عدد جمع کردنی نزدیك به عددیست که به یك یا چند صفر ختم شده باشد عدد ختم شده بصفر را با عدد دیگر جمع نموده و حاصل را باندازه اختلاف تصحیح مینمائیم .

جمع عدد های ده دهی - مثال - میخواهیم دو عدد ۲۳ر۴۷ و ۵۶ر۱۲ را با یکدیگر جمع کنیم میگوئیم مجموع ۴۷ یکه و ۱۲ یکه میشود ۵۹ یکه و مجموع ۲۳ صدم و ۵۶ صدم میشود ۷۹ صدم پس $۴۷٫۲۳ + ۱۲٫۵۶ = ۵۹٫۷۹$

قاعده - برای جمع عدد های ده دهی کافیست قسمتهای درست را با یکدیگر وقسمتهای ده دهی رانیز با هم درذهن جمع نمایند نیز میتوان هر یك از عدد های ده دهی رااز جنس کوچکترین مرتبه ده دهی نموده عمل جمع را مانندعدد های درست انجام داد و ممیز را در جای خود گذارد .

۹۲ - **جمع چندین عدد** - هرگاه بخواهیم چندین عددرا باهم جمع کنیم نخست اولین عدد را بادومی در ذهن جمع نموده و حاصل جمع آنها را با عدد سوم جمع میکنیم و عمل را بهمین طریق ادامه میدهیم تاتمام عدد ها جمع گردد

۲ - تفریق

۹۳ - تفریق عدد های درست - مثال - میخواهیم عدد ۴۵ را از عدد ۹۲ کم کنیم گوئیم مانده ۴۰ از ۹۲ میشود ۵۲ و مانده ۵ از ۵۲ میشود ۴۷ پس $۹۲ - ۴۵ = ۴۷$

قاعده - برای تفریق عددی از عدد دیگر کافیست از عدد بزرگتر یکان مرتبه های مختلف عدد کوچکتر را از طرف چپ بترتیب در ذهن کم نمود .

راه دیگر _ مثال _ میخواهیم عدد ٧٦ را از ٢٩١ کم کنیم گوئیم مجموع ٧٦ و ٢٤ میشود ١٠٠ و مجموع ١٠٠ و ١٩١ میشود ٢٩١ پس مانده عبارتست از مجموع ١٩١ و ٢٤ یعنی ٢١٥ یعنی

٢٩١ − ٧٦ = ٢١٥

قاعده - برای تفریق عددی از عدد دیگر عددی را میجوییم که چون آنرا بر عدد کوچکتر بیافزائیم حاصل برابر عدد بزرگتر شود

راه دیگر _ مثال ١ - میخواهیم عدد ٩٣ را از عدد ٤٣١ کم کنیم گوئیم مانده تفریق ٩٠ از ٤٣١ برابر ٣٤١ و مانده تفریق ٣ = ٩٠ − ٩٣ از ٣٤١ برابر ٣٣٨ میشود پس ٤٣١ − ٩٣ = ٣٣٨

مثال ٢ - میخواهیم عدد ٨٧ را از عدد ٣٤١ کم کنیم گوئیم مانده تفریق ٩٠ از ٣٤١ برابر ٢٥١ میشود و مجموع ٢٥١ و ٣ = ٩٠ − ٨٧ برابر ٢٥٤ میگردد پس ٣٤١ − ٨٧ = ٢٥٤

قاعده - برای تفریق عددی از عدد دیگر باید عدد ختم بصفری را که بعدد کوچکتر نزدیکتر است از عدد بزرگتر کم کرده و حاصل را باندازهٔ اختلاف این عدد با عدد مفروض یا افزودن یا کم کردن تصحیح نمود

تفریق عدد های ده دهی - مثال _ میخواهیم عدد ٩٫٤٢ را از عدد ٧٣٫٦١ کم کنیم گوئیم مانده تفریق ٩ از ٧٣ میشود ٦٤ و مانده تفریق ٤٢ صدم از ٦١ صدم میشود ١٩ صدم پس

٧٣٫٦١ − ٩٫٤٢ = ٦٤٫١٩

قاعده - برای تفریق عدد ده دهی از عدد ده دهی دیگر کافیست قسمت درست را

از قسمت درست و جزء ده دهی را از جزء ده دهی تفریق نمود نیز میتوان هریك از عددهای ده دهی را از جنس کوچکترین مرتبه ده‌دهی نمود وعمل تفریق را مانند عدد های درست انجام داد .

۹۴ - متمم یا کم بود عدد ـ مثال ـ میخواهیم عدد ۷۵٤٦ را از ۱۰۰۰۰ کم کنیم صورت عمل چنین است

$$\begin{array}{r} ۱۰۰۰۰ \\ ۷۵٤٦ \\ \hline ۲٤۵٤ \end{array}$$

چنانکه می بینیم میتوان مانده را با قاعده زیرین بسرعت بدست آورد

قاعده - برای کم کردن عدد مفروض ازیکه‌ای که درسمت راست آن بشماره پیکر های عدد مفروض صفر باشد کافی است از سمت چپ شروع نموده هریك از پیکر های عدد مفروض را از ۹ وپیکر یکان آنرا از ۱۰ کم نموده اگر عدد مفروض نیز در سمت راست دارای چند صفر باشد پیکری را که پیش از صفر ها قرار گرفته از ۱۰ کم میکنیم

مثال - ۱ - میخواهیم عدد ٤۲۰٦۷۰ را از ۱۰۰۰۰۰۰ کم کنیم مانده بدینطریق فوراً بدست میآید:

۹ — ٤ = ۵
۹ — ۲ = ۷
۹ — ۰ = ۹
۹ — ٦ = ۳
۱۰ — ۷ = ۳
۰ — ۰ = ۰

پس ۱۰۰۰۰۰۰ — ٤۲۰٦۷۰ = ۵۷۹۳۳۰

مثال ۲ - میخواهیم عدد ٤۵۷٦ را از ٦۰۰۰ کنیم صورت عمل چنین است

$$\begin{array}{r} ٦۰۰۰ \\ ٤۵۷٦ \\ \hline ۱٤۲٤ \end{array}$$

میتوان مانده را فوراً از روی قاعده زیرین بدست آورد:

قاعده - برای کم کردن عدد مفروضی از عدد دیگر که شماره پیکر هایش برابر پیکر های عدد مفروض باشد و جز پیکر سمت چپ سایر پیکرهای آن صفر باشد ازسمت چپ شروع نموده اولین پیکر عدد کوچکتر را ازاولین پیکر عدد بزرگتر منهای یک کم نموده سایر پیکرهای عددکوچکتر را از ۹ و فقط پیکریکان یا پیکری را که بعد از آن صفر قرار گرفته از ۱۰ کم میکنیم

مثال - میخواهیم ـ عدد ۳۰۲۷۶۰ را از ۸۰۰۰۰۰ کم کنیم گوئیم:

(٨ − ١) − ٣ = ٤
٩ − ٠ = ٩
٩ − ٢ = ٧
٩ − ٧ = ٢
١٠ − ٦ = ٤
٠ − ٠ = ٠

پس ۸۰۰۰۰۰ − ۳۰۲۷۶۰ = ۴۹۷۲۴۰

البته دوقاعده اخیر را باید بدون نوشتن اعداد یعنی بمحض دیدن صورت تفریق مانده را از سمت چپ خواند.

۳ - ضرب

۹۵ - حاصل ضرب عددی در عدد یك پیکری. **مثال** - میخواهیم عدد ۷۶ را در ۸ ضرب کنیم میگوئیم ۸ ضرب در ۷۰ میشود ۵۶۰ و ۸ ضرب در ۶ میشود ۴۸ پس حاصل ضرب مساوی با مجموع ۵۶۰ و ۴۸ یعنی ۶۰۸ میشود یعنی ۶۰۸ = ۸ × ۷۶

قاعده - برای ضرب عددی در عدد یك پیکری هریك از [illegible]

مرتبه های مختلف عدد مفروض را از بزرگترین مرتبه پی درپی درآن عدد يك پيكری در ذهن ضرب نموده حاصل ضربها را نيز در ذهن باهم جمع ميكنيم.

مثال - ميخواهيم عدد ٤٩٥ را در ٧ ضرب كنيم گوئيم ٧ ضرب در ٤٠٠ ميشود ٢٨٠٠ و ٧ ضرب در ٩٠ ميشود ٦٣٠ و مجموع ٢٨٠٠ و ٦٣٠ ميشود ٣٤٣٠ و ٧ ضرب در ٥ ميشود ٣٥ و مجموع ٣٤٣٠ و ٣٥ ميشود ٣٤٦٥ پس ٣٤٦٥=٧×٤٩٥

راه ديگر _ **مثال ١**- ميخواهيم عدد ٤٣ را در ٨ ضرب كنيم بجای ٨ عدد ١٠ را در ٤٣ ضرب مينمائيم ميشود ٤٣٠ سپس دو برابر ٤٣ را كه ٨٦ ميباشد از ٤٣٠ كم ميكنيم ميشود ٣٤٤ پس ٣٤٤=٨×٤٣

مثال ٢ _ ميخواهيم عدد ٦٣ را در ٤ ضرب كنيم بجای ٦٣ عدد ٦٠ را در ٤ ضرب ميكنيم ميشود ٢٤٠ سپس بر اين عدد ٣ برابر عدد ٤ را كه ١٢ است ميافزائيم ميشود ٢٥٢ پس

٢٥٢=٤×٦٣

مثال ٣ _ ميخواهيم عدد ٧٩ را در ٦ ضرب كنيم بجای ٧٩ عدد ٨٠ رادر ٦ ضرب ميكنيم ميشود ٤٨٠ سپس از ٤٨٠ يك مرتبه ٦ را كم ميكنيم ميشود ٤٧٤ پس ٤٧٤=٦×٧٩

قاعده - برای ضرب عدد چند پيكری در عدد يك پيكری نزديك به ١٠ كافيست ١٠ را در آن عدد ضرب نموده حاصل را باندازهٔ حاصل ضرب اختلاف بين ١٠ و عدد يك پيكری مفروض در آن عدد چند پيكری با تفريق تصحيح نمود .

برای ضرب عدد یك پیکری در عدد چند پیکری باید عدد مختوم بصفری را که باین عدد نزدیکتر است درآن عدد یك پیکری ضرب نموده حاصل را چنانکه در ضمن مثالها گفته شد تصحیح کرد.

۹۶ - حاصل ضرب عددی در ۵ و ۵۰ و ۵۰۰ و ...

مثال - میخواهیم عدد ۴۵۸ را در ۵۰ ضرب کنیم این عدد را در ۱۰۰ که دو برابر ۵۰ است ضرب میکنیم میشود ۴۵۸۰۰ ولی چون مضروب دو برابر شده حاصل ضرب نیز دو برابر گشته است وبرای یافتن حاصل ضرب منظور باید ۴۵۸۰۰ را تقسیم بر دو نموده میشود ۲۲۹۰۰ پس ۴۵۸×۵۰=۲۲۹۰۰

قاعده - برای ضرب عددی مفروض در ۵ یا ۵۰ یا ۵۰۰ یا ... عدد مفروض را باید در ذهن در ۱۰ یا ۱۰۰ یا ۱۰۰۰ یا ..... ضرب نموده یعنی ۱ یا ۲ یا ۳ یا ..... صفر در راست آن قرار داده حاصل ضرب را در ذهن بر ۲ قسمت نمود.

۹۷ - حاصل ضرب عددی در ۱۵ و ۱۵۰ و ۱۵۰۰ و .....

مثال - میخواهیم عدد ۳۶۴ را در ۱۵۰۰ ضرب کنیم باید یکمرتبه عدد مفروض را در ۱۰۰۰ و مرتبه دیگر در ۵۰۰ که نصف ۱۰۰۰ است ضرب نموده حاصل ضربها را با هم جمع کنیم [illegible] حاصل ضرب عددی در ۵۰۰ نصف حاصل ضرب آن عدد در ۱۰۰۰ است پس ۳۶۴ را در ۱۰۰۰ ضرب میکنیم میشود ۳۶۴۰۰۰ و بمنصف این عدد را که ۱۸۲۰۰۰ است بر آن میافزائیم میشود ۵۴۶۰۰۰ پس ۳۶۴×۱۵۰۰=۵۴۶۰۰۰

قاعده - برای ضرب عددی در ۱۵ یا ۱۵۰ یا ۱۵۰۰ یا ...... آن عدد را در ۱۰ یا ۱۰۰ یا ۱۰۰۰ یا ...... ضرب کرده یعنی ۱

یا ۲ یا ۳ یا . . . . . صفر در راست آن قرار داده و بر حاصل نصف آنرا میافزائیم .

۹۸ - حاصل ضرب عددی در ۹ و ۱۱ و یا ۱۹ و ۲۱ یا ۲۹ و ۳۱ و . . . .

مثال ۱ - میخواهیم عدد ۲۷ را در ۱۹ ضرب کنیم - بجای ۱۹ عدد ۲۰ را در ۲۷ ضرب کنیم میشود ۵٤۰ و از این حاصل ضرب ۲۷ را کم میکنیم میشود ۵۱۳ پس ۵۱۳ = ۱۹ × ۲۷

مثال ۲ - میخواهیم عدد ٤۸ را در ۳۱ ضرب کنیم - بجای ۳۱ عدد ۳۰ را در ٤۸ ضرب میکنیم میشود ۱٤٤۰ سپس بر این حاصل‌ضرب ٤۸ را میفزائیم میشود ۱٤۸۸ پس ۱٤۸۸=۳۱×٤۸

قاعده - برای ضرب عددی در ۹ و ۱۱ و یا ۱۹ و ۲۱ و یا ۲۹ و ۳۱ و . . . . عدد مفروض را در ۱۰ یا ۲۰ یا ۳۰ . . . . . ضرب کرده از حاصل یکمرتبه خود آن عدد را کم میکنیم یا یکبار عدد مفروض را بر حاصل ضرب میفزائیم

۹۹ - حاصل ضرب عددی در ۱۱

مثال - میخواهیم ۵٤۷۹ را درعدد ۱۱ ضرب کنیم - چنانکه میدانیم باید این عدد را در ۱۰ ضرب نموده بر حاصل خود این عددرا افزود یعنی باید ۵٤۷۹۰ را با ۵٤۷۹ جمع نمود صورت عمل چنین است:

```
 ۵٤۷۹۰
  ۵٤۷۹
------
۶۰۲۶۹
```

چنانکه می بینیم برای بدست آوردن این حاصل جمع یکان عدد مفروض یعنی ۹ را که پیکر یکان حاصل ضرب است مینویسیم سپس

پیکر های یکان و دهگان عدد مفروض را با هم جمع میکنیم میشود ۱۶ = ۹ + ۷ پیکر یکان این حاصل جمع یعنی ۶ پیکر دهگان حاصل ضرب ما میباشد بعد پیکر های دهگان و صدگان عدد مفروض را باهم جمع کرده پیکر دهگان ۱ را که باقی مانده بود نیز برآن میافزائیم میشود ۱۲ = ۱ + ٤ + ۷ پیکر یکان این حاصل جمع پیکر صدگان حاصل ضرب مطلوب است وعمل رابهمین ترتیب ادامه میدهیم تا حاصل ضرب بدست آید

قاعده - برای ضرب عددی در ۱۱ آن عدد را نوشته صفری در راست آن قرار میدهیم سپس از سمت راست شروع نموده هر پیکر را با پیکر بعدی جمع نموده یکان حاصل جمع را نوشته و دهگان آنرا (اگر موجود باشد) بحاصل جمع بعد اضافه میکنیم و . . . .

تبصره - در حالت مخصوصی که عدد مفروض دارای دو پیکر است دانش آموزان باید ضرب را در ذهن انجام دهند

۱۰۰ - حاصل ضرب دو عدد واقع بین ۱۰ و ۲۰

مثال - میخواهیم عدد ۱۹ را در ۱٦ ضرب کنیم ـ عمل را میتوانیم چنین بنویسیم

$$۱۹\times۱٦=۱۹\times(۱۰+٦)=۱۹\times۱۰+(۱۰+۹)\times٦=۱۹\times۱۰+٦\times۱۰$$
$$+٥٤=۱۹\times۱۰+٦\times۱۰+٥\times۱۰+٤=(۱۹+٦+٥)\times۱۰+٤=$$
$$۳۰\times۱۰+٤=۳۰۰+٤=۳۰٤$$

قاعده - برای تعیین حاصل ضرب دو عدد واقع بین ۱۰ و ۲۰ بریکی از این دو عدد پیکر یکان عدد دیگر وپیکر دهگان حاصل ضرب دو پیکر یکان را افزوده در راست این حاصل پیکر یکان حاصل ضرب دو پیکر یکان را مینویسیم .

۱۰۳ - حاصل ضرب ـ عددی در ۲۵ و ۲۵۰ و . . . . .

مثال - میخواهیم عدد ۷۴۳ را در ۲۵۰ ضرب کنیم بجای ۲۵۰ عدد مفروض را در ۱۰۰۰ که چهار برابر ۲۵۰ است ضرب میکنیم میشود ۷۴۳۰۰۰ ولی این حاصل ضرب چهار برابر حاصل ضرب مطلوبست پس برای بدست آوردن حاصل ضرب باید ۷۴۳۰۰۰ را بر ۴ قسمت نمود میشود ۱۸۵۷۵۰ یعنی ۱۸۵۷۵۰=۲۵۰×۷۴۳

قاعده - برای ضرب عددی در ۲۵ یا ۲۵۰ یا .... آنرا در ۱۰۰ یا ۱۰۰۰ یا ..... ضرب میکنیم یعنی ۲ یا ۳ یا .... صفر در سمت راست آن قرار داده حاصل را بر ۴ قسمت میکنیم

۱۰۳ - حاصل ضرب عددی در ۱۲۵ یا ۱۲۵۰ یا .....

مثال - میخواهیم عدد ۳۸ را در ۱۲۵ ضرب کنیم بجای ۱۲۵ عدد مفروض را در ۱۰۰۰ که هشت برابر ۱۲۵ است ضرب میکنیم میشود ۳۸۰۰۰ سپس برای یافتن حاصل ضرب مطلوب این حاصل ضرب را بر ۸ قسمت میکنیم میشود ۴۷۵۰ پس ۴۷۵۰=۱۲۵×۳۸

قاعده - برای ضرب عددی در ۱۲۵ یا ۱۲۵۰ یا .... آنرا در ۱۰۰۰ یا ۱۰۰۰۰ یا..... ضرب کرده یعنی ۳ یا ۴ یا ..... صفر در راست آن قرار میدهیم وحاصل را درذهن بر ۸ قسمت میکنیم

۱۰۳ - تبصره - توجیه چهار قاعدهٔ که در پائین گفته میشود بااستفاده ازقاعده هائی که درپیش گفته شد برعهده دانش آموزان است

قاعده - برای ضرب عددی در ۰٫۵ یا ۰٫۰۵ یا ۰٫۰۰۵ یا ..... کافیست عدد مفروض را در ۵ ضرب کرده سپس از راست آن ۱ یا ۲ یا ۳ یا ..... پیکر جدا نموده ممیز گذاشت نیز میتوان بدواً از سمت راست ۱ یا ۲ یا ۳ یا ..... پیکر جدا کرده ممیز گذارده سپس حاصل را در ۲ ضرب نمود.

قاعده - برای ضرب عددی در ۵ر۱ یا ۱۵ر۰ یا ۱۵۰ر۰ یا .... چنانکه گفته شد نخست آنرا در ۱۵ ضرب میکنیم سپس ۱ یا ۲ یا ۳ یا ...... پیکر ازسمت راست آن جدا کرده ممیز میگذاریم - نیز میتوان بدواً ۱ یا ۲ یا ۳ یا.... پیکر از سمت راست عدد مفروض جدا کرده ممیززده سپس آنرا در ۱۵ ضرب نمود.

قاعده - برای ضرب عددی ۵ر۲ یا ۲۵ر۰ یا ۲۵۰ر۰ یا..... نخست آنراچنانکه گفته شد در ۲۵ ضرب میکنیم سپس ۱ یا ۲ یا ۳ یا..... رقم ازسمت راست آن جدا کرده ممیز میگذاریم نیز میتوان بدواً ۱ یا ۲ یا ۳ یا....... پیکر ازسمت راست عدد مفروض جدا کرده ممیز گذاشت و سپس آنرا در ۲۵ ضرب نمود

۱۰۴ - حاصل ضرب دوعدد دو پیکری که پیکرهای یکان آنها ۵ باشند

مثال - میخواهیم عدد ۷۵ را در ۹۵ ضرب کنیم - عمل را میتوان چنین نمایش داد:

۹۵ × ۷۵ = (۹۰ + ۵) × (۷۰ + ۵) = (۹۰ × ۷۰) + ۹۰ × ۵ + ۵ × ۷۰ + ۵ × ۵ =
۲۵ + (۹۰ × ۷۰) + (۹۰ + ۷۰) × ۵ = ۲۵ + (۹۰ × ۷۰) + (۹ + ۷) × ۵۰
+ ۲۵ = (۹ × ۷) × ۱۰۰ + [(۹ + ۷) ÷ ۲] × ۱۰۰ + ۲۵ = [(۹ × ۷) +
(۹ + ۷) ÷ ۲] × ۱۰۰ + ۲۵ = [۶۳ + ۸] × ۱۰۰ + ۲۵ = ۷۱۰۰ + ۲۵ =
۷۱۲۵

قاعده - برای ضرب دو عدد دو پیکری که پیکرهای یکان هر دو عدد ۵ باشد بر حاصل ضرب دو پیکر دهگان آن دو عدد نصف حاصل جمع آنهارا افزوده و در راست این حاصل عدد ۲۵ را مینویسیم.

اگر مجموع دو پیکر دهگان فرد باشد نصف [illegible] آنرا بر حاصل ضرب دو پیکر دهگان افزوده در راست این حاصل جمع بجای ۲۵ عدد

۷۵ را قرار میدهیم (بر دانش آموزانست که قسمت اخیر این قاعده را توجیه نمایند)

۱۰۵ - قاعده - برای ضرب عدد دو پیکری که رقم یکان آن ۵ باشد درخود آن عدد کافیست پیکردهگان آنرا درمتوالی خودش (یعنی عددی که یك یکه از آن بزرگتر است) ضرب نموده و عدد ۲۵ را در راست آن قرار دهیم

مثال - میخواهیم عدد ۷۵ را در ۷۵ ضرب کنیم ۷ را در ۸ ضرب میکنیم میشود ۵۶ سپس ۲۵ را در راست آن میگذاریم میشود ۵۶۲۵ پس $۷۵^۲ = ۷۵ \times ۷۵ = ۵۶۲۵$ (توجیه این قاعده نیز بر عهده دانش آموزان است)

۱۰۶ - ضرب عددی درعدد دیگر که حاصل ضرب دو یاسه سازه یك پیکری باشد

مثال - میخواهیم عدد ۷۶ را در ۱۲ ضرب کنیم - میدانیم $۱۲ = ۳ \times ٤$ پس کافیست یك مرتبه ۷۶ را در ۳ ضرب نمودمیشود ۲۲۸ و بعد این حاصل ضرب را در ٤ ضرب کرد میشود ۹۱۲ پس
$۷۶ \times ۱۲ = ۹۱۲$

قاعده - برای ضرب عددی درعدد دیگر که میتوان آنرا بصورت حاصل ضرب دو یا چندین سازه یك پیکری نوشت قاعده آنستکه باید عدد مفروض را دریکی ازآن سازه های یك پیکری ضرب نمودوحاصل ضرب جدید را در سازه دیگر و .... در سازه سوم و .... ضرب میکنیم .

٤ - تقسیم

۱۰۷ - تقسیم - عدد دو یا سه پیکری بر عدد یک پیکری

مثال - میخواهیم عدد ۱۹٥ را بر ۸ قسمت کنیم - گوئیم
۱۹٥=۱٦۰+۳٥ حال خارج قسمت ۱٦۰ بر ۸ برابر ۲۰ میباشد
۱٦۰:۸=۲۰ از طرف دیگر ۳٥=(۸×٤)+۳ پس
۱۹٥=۸×(۲۰+٤)+۳=۸×۲٤+۳ خارج قسمت برابر
۲٤ و باقیمانده ۳ است .

قاعده - برای تقسیم عدد دو یا سه پیکری بر عدد یك پیکری بزرگترین دهگان موجود در مقسوم را که بر مقسوم علیه قابل قسمت بر مقسوم علیه قسمت میکنیم و آنچه را که از مقسوم باقی میماند نیز برمقسوم علیه تقسیم مینمائیم مجموع دوخارج قسمت برابرخارج قسمت مطلوب و مانده تقسیم دویم همان مانده تقسیم اصلی میباشد .

۱۰۸ - تقسیم - عددی بر عدد دیگر که برابر حاصل ضرب چندین عدد باشد

مثال - میخواهیم عدد ٦۷٥ را برعدد ۱٥ قسمت کنیم ، چون ۱٥=٥×۳ کافیست بدوا عدد ٦۷٥ را بر ٥ قسمت کنیم میشود ۱۳٥ حال این خارج قسمت را بر ۳ تقسیم میکنیم میشود ٤٥ پس
٦۷٥=۱٥×٤٥

قاعده - برای تقسیم عددی مفروض برعدد دیگر که برابر حاصل ضرب چندین سازه یك پیکری باشد کافیست عدد مفروض را بر یکی از آن سازه ها قسمت کرده و خارج قسمت را بر عدد دیگر تقسیم نمود و . . . . . آخرین خارج قسمت عبارتست از خارج قسمت مطلوب .

۱۰۹ - تقسیم عددی بر ۵ و ۵۰ و ۵۰۰ و ....

مثال - میخواهیم عدد ۷۴۳۶ را بر ۵۰ قسمت کنیم بجای ۵۰ عدد ۱۰۰ را که دو برابر ۵۰ است بجای مقسوم علیه اختیار نموده ۷۴۳۶ را بر ۱۰۰ قسمت میکنیم میشود ۷۴٫۳۶ اما این عدد نصف خارج قسمت مطلوب میباشد پس خارج قسمت ما برابر ۱۴۸٫۷۲=۲×۷۴٫۳۶ خواهد بود یعنی ۷۴۳۶=۵۰×۱۴۸٫۷۲

قاعده - برای تقسیم عددی بر ۵ و ۵۰ و ۵۰۰ و ..... کافیست از راست آن عدد ۱ یا ۲ یا ۳ ..... پیکر جدا کرده ممیز گذاشت وعددی را که بدین ترتیب بدست میآید در ذهن دو برابر کنیم نیز میتوان بدواً عدد مفروض را دو برابر کرد سپس از راست آن ۱ یا دو یا ۳ ...... پیکر جدا کرده ممیز گذاشت .

۱۱۰ - تقسیم - عددی بر ۲۵ یا ۲۵۰ یا ۲۵۰۰ یا ......

مثال - میخواهیم عدد ۱۴۷۳۶ را بر ۲۵۰ قسمت کنیم بجای ۲۵۰ عدد ۱۰۰۰ را که ۴ برابر آنست اختیار کرده مقسوم بر ۱۰۰۰ تقسیم میکنیم میشود ۱۴٫۷۳۶ ولی این خارج قسمت چهار دفعه کوچکتر از خارج قسمت مطلوبست پس برای یافتن خارج قسمت مطلوب کافیست عدد ۱۴٫۷۳۶ رادر ۴ ضرب نمود میشود ۵۸٫۹۴۴ پس ۱۴۷۳۶=۲۵۰×۵۸٫۹۴۴

قاعده - برای تقسیم عددی بر ۲۵ یا ۲۵۰ یا ۲۵۰۰ یا ..... کافیست ۲ یا ۳ یا ۴ ..... پیکر از سمت راست آن جدا کرده ممیز گذاشت سپس عددی را که بدین طریق بدست آمده درذهن در ۴ ضرب نموده - نیز میتوان بدواً عدد مفروض را در ذهن در ۴ ضرب کردسپس از راست آن ۲ یا ۳ یا ۴ یا .... پیکر جدا کرده ممیز گذاشت .

۱۱۲ - تقسیم - عددی بر ۱۲۵ یا ۱۲۵۰ یا ۱۲۵۰۰ یا ......

مثال - میخواهیم ۴۹۲۷ را بر ۱۲۵ قسمت کنیم بجای ۱۲۵ عدد ۱۰۰۰ را که ۸ برابر آنست اختیار کرده عدد ۴۹۲۷ را بر ۱۰۰۰ تقسیم میکنیم میشود ۴٫۹۲۷ ولی این خارج قسمت ۸ دفعه کوچکتر از خارج قسمت مطلوب است و برای یافتن آن خارج قسمت کافیست عدد ۴٫۹۲۷ را در ۸ ضرب نمود میشود ۳۹٫۴۱۶

پس ۴۹۲۷ = ۱۲۵ × ۳۹٫۴۱۶

قاعده - برای تقسیم عددی بر ۱۲۵ یا ۱۲۵۰ یا ۱۲۵۰۰ یا ...... کافیست ۳ یا ۴ یا ۵ یا ...... رقم از سمت راست آن جدا کرده ممیز زد سپس عددی را که بدین ترتیب بدست آمده در ذهن در ۸ ضرب نمود نیز میتوان بدواً عدد مفروض را در ذهن در ۸ ضرب کرده سپس از راست آن ۳ یا ۴ یا ۵ یا ...... رقم جدا کرده ممیز گذاشت

۱۱۳ - تبصره - دانش آموزان بدون قاعده را که در زیر گفته میشود با استفاده از قاعده هائی که در بالا گفته شد توجیه نمایند.

قاعده - برای تقسیم عددی بر ۰٫۵ یا ۰٫۰۵ یا ۰٫۰۰۵ یا ...... کافیست ۰ یا ۱ یا ۲ یا ۳ یا ...... صفر در راست آن گذارده عددی را که بدین طریق بدست میآید دو برابر کنند نیز میتوان نخست عدد مفروض را دو برابر نموده سپس ۰ یا ۱ یا ۲ یا ۳ یا ...... صفر در راست آن قرار داد.

قاعده - برای تقسیم عددی بر ۲٫۵ یا ۰٫۲۵ یا ۰٫۰۲۵ یا ...... عدد مفروض را بر ۱۰ یا ۱ یا ۰٫۱ یا ...... تقسیم کرده خارج قسمت را در ۴ ضرب نمود.

۳۰۹ — ۷٤۳ و ۲۸۹ — ٤۵۱ و ۸۰٤ — ۹۵۲ و ۷۸۷ — ۸۷۸ و ۲۷۳ — ۳۷۲
۸۰٤ — ۹۵۲

مسئله ۸ — هریك از عدد های زیر را از ۱۰۰ و ۲۰۰ و ۳۰۰ و .... و ۹۰۰ در ذهن کم نموده و حاصل تفریق را بنویسید ٤۳ و ۲۸ و ۲ر۱۱ و ۳۲ر٤ و ٦۵ر۱۷ و ۱۲ر٤۹ و ٦۰ر۲۷ و ٤۸ر۵۸ و ٤۵ر۱۸ و ۱۰ر٤۳٦ و ۸۰۰ر۲۹ و ٤۰ر۸۹

مسئله ۹ — هریك از عدد های زیر را از ۱۰۰۰ و ۲۰۰۰ و ۳۰۰۰ ...... و ۹۰۰۰ در ذهن کم نموده و حاصل را بنویسید — ۲۸۳ و ۱۲۵ و ۹۳ و ٤۳ و ۲۸ و ۷٦٤ و ٤۵۹ و ۹۳ر۷۰٦ و ۰۰۲ر۲٤ و ۸ر۲۰۹ و ۰۰۷ر۷۰۰ و ۲۷۳ر٤۸۹ و ۸۰٦ر٤۵۲

مسئله ۱۰ — هریك از عدد های زیررا درذهن درعدد های ۲ و ۳ و ٤ و ..... و ۸ و ۹ ضرب کنید ۱۲ و ۱۷ و ۲۵ و ٤۳ و ۲۷ و ۳۹ و ۱۹ و ۲۹ و ۵٦ و ۹۷ و ٦۹ و ٤۵ و ۷۹ و ۳۷ و ۷۳ و ٦۷ و ٤۵۷ و ۲۷٤ و ۱۰۷ و ۳۰۸ و ۱۱۷ و ٤۰۵ و ۹۱٤ و ۳٦٦ و ۷٤۱ و ۳۸٤ و ۹۰۹ و ۷٤۸

مسئله ۱۱ — هریك ازعدد های زیررا: ۱۲ و ۱۸ و ۱۹ و ۲۳ و ۲۹ و ۲۵ و ۳۲ و ۳۷ و ٤۵ و ۵٦ و ٦۸ و ۷۳ و ۹۳ و ۱۷۵ و ۲۸٦ و ٤۵۳ و ۲۷۹ و ۳٤٦ و ۵۸۲ و ۷۳۹۲ و ۹٤٦۲ و ۲۰۷٦ و ۹۰۰۹ و ۳۸۰۱ و ۲۳ر۰۵ و ۱۹ر۷۹ و ۳۸ر۱٤ و ۷۵ر۷۲۵ و ۳٦ر٤۹۲ و ۹٦ر۱۸ و ۳٦ر۹۸۳ و ۱۸ر۷۹۳ و ۹۰ر۲۳٦ در ذهن در ۵ و ۵۰ و ۵۰۰ و ..... ضرب کنید .

مسئله ۱۲ — هریك ازعدد های مسئله پیش را درذهن در ۱۵ و ۱۵۰ و ۱۵۰۰ و ..... ضرب کنید .

مسئله ۱۳ — هریك ازعدد های مسئله ۱۱ را درذهن درعدد های ۲۵ و ۲۵۰ و ۲۵۰۰ و ..... ضرب کنید .

مسئله ۱۴ — هریك ازعدد های مسئله ۱۱ را درذهن درعدد های ۱۲۵ و ۱۲۵۰ و ۱۲۵۰۰ و ..... ضرب کنید .

مسئله ۱۵ — هریك از عدد های مسئله ۱۱ را درذهن درعدد های ۰ر۵ و ۰ر۰۵ و ۰ر۰۰۵ ضرب کنید

مسئله ۱۶ — هریك ازعدد های مسئله ۱۱ را در ذهن در عدد های ۱ر۵ و ۰ر۱۵ و ۰ر۰۱۵ و .... ضرب کنید

مسئله ۱۷ — هریك از عدد های مسئله ۱۱ را درذهن در ۲ر۵ و ۰ر۲۵ و ۰ر۰۲۵ و .... ضرب کنید

مسئله ۱۸ — هریك ازعدد های مسئله ۱۱ را درذهن درعدد های ۱۲ر۵ و ۱ر۲۵ و ۰ر۱۲۵ و .... ضرب کنید

مسئله ۱۹ — هریك از عدد های مسئله ۱۱ را درذهن در ۱۹ و ۲۱ و ۲۹ و ۳۱ و ۳۹ و ۴۱ و ...... ۸۹ و ۹۱ و ۹۹ ضرب کنید.

مسئله ۲۰ — هریك از عدد های بین ۱۰ و ۲۰ را در ذهن خود ضرب نموده حاصل را بخاطر بسپارید

مسئله ۲۱ — هریك از عدد های ۱۱ و ۱۲ و ۱۳ و ...... و ۱۹ را در هر یك از عدد های بین ۱۰ و ۱۹ در ذهن ضرب کنید

مسئله ۲۲ — هریك ازعدد های مسئله ۱۱ را درهریك از عدد های جدول ضرب فیثاغورث در ذهن ضرب نمائید

مسئله ۲۳ — هریك از عدد های ۱۵ و ۲۵ و ۳۵ و ۴۵ و ۵۵ و ۶۵ و ۷۵ و ۸۵ و ۹۵ را در هریك از عدد های ۱۵ و ۲۵ و ۳۵ و ۴۵ و ۵۵ و ۶۵ و ۷۵ و ۸۵ و ۹۵ در ذهن ضرب کنید

مسئله ۲۴ — هریك از این اعداد را ۹۲ و ۸۹ و ۷۶ و ۶۳ و ۵۷۹ و ۴۵ و ۲۳ و ۴۲۸ و ۴۰۷ و ۳۱۲ و ۲۷۹ و ۱۲۸ و ۲۶۵ و ۱۹۳ و ۵۹۱ و ۵۵۵ و ۷۷۷ و ۴۸۳ و ۹۱۶ و ۸۴۶ و ۸۱۳ و ۹۹۹ و ۸۷۸ و ۹۱۸ را بر هریك از عدد های ۲ و ۳ و ۴ و ۵ و ۶ و ۷ و ۸ قسمت کنید و خارج قسمت و مانده تقسیم را بیابید

مسئله ۲۵ — هریك از عدد های ۲۱۰ و ۴۲۰ و ۶۳۰ و ۸۴۰ را بر هریك از عدد های ۲۱ و ۱۵ و ۱۴ و ۱۰ و ۷ و ۶ و ۵ و ۳ و ۲ و ۳۰ و ۳۵ و

۴۲ و ۷۰ و ۱۰۵ در ذهن تقسیم نموده خارج قسمت را بدست آورید.

مسئله ۲٦ — هریك از عدد های ۸۴۰ و ۱٦۸۰ و ۲۵۲۰ را بر هریك از عدد های ۴و۵ و ٦و۷ و ۲۰ و ۲۴ و ۲۸ و ۳۰ و ۳۵ و ۴۲ و ۱۲۰ و ۱۴۰ و ۱٦۸ و ۲۱۰ در ذهن تقسیم نموده خارج قسمت را بیابید

مسئله ۲۷ — هریك از عدد های ۳۰۲۴ و۹۰۷۲ و ۱۵۱۲۰ را بر هر یك از عدد های ٦۳ و ٥٦ و ٥۴ و ۴۸ و ۴۲ و۹ و۸ و۷ و٦ و ٥۰۴ و ۴۴۲ و ۳۷۸ و ۳۳٦ و ۷۲ در ذهن تقسیم نموده خارج قسمت را بیابید

مسئله ۲۸ — هر یك ازعدد های ۴۲ و۷۳ و ۹٦ و ۱۲۷ و ۲۳۵ و ۴۰۷ و ٥٦۳ و۷۴۳ و ۹۰۱و ۹۷۳ و ۱۲۳٥ و ۴۷۰۱ و ٥:۲۷۸و ٥۰۲۹ و ۴٦۷۸ و ۱۴۷۰۸ و ۲۳۹۱۲ و ۳۸۹۴٥ و ۷۴۲۰۳ را بر ٥ و٥۰و٥۰۰و و ..... در ذهن تقسیم نمائید.

مسئله ۲۹ — هریك از عدد های مسئله پیش را درذهن بر ۲٥و ۲٥۰ و ۲٥۰۰ و ...... در ذهن تقسیم نمائید

مسئله ۳۰ — هریك ازعدد های مسئله ۲۸ را بر٥ر۰ و ٥۰ر۰ و٥۰۰ر۰ در ذهن قسمت کنید.

مسئله ۳۱ — هر یك ازعدد های مسئله ۲۸ رابر ٥ر۲ و۲٥ر۰و۲٥۰ر۰ و ..... در ذهن تقسیم کنید.

مسئله ۳۲ — هر یك ازعدد های مسئله ۲۸ را درذهن بر ٥ر۱۲و۲٥ر۱ و ۱۲٥ر۰ تقسیم کنید.

بخش ششم

خاصیت های عدد ها

۱ ـ قابلیت تقسیم

۱۱۳ ـ تعریف ـ هرگاه ماندهٔ تقسیم عدد درست بر عدد درست دیگر صفر باشد گویند عدد نخستین بر عدد دوم قابل قسمت است و یا مضربی از آن میباشد ـ هم چنین میتوان گفت که عدد دوم عدد نخستین را عاد مینماید

مثال ـ چون ماندهٔ تقسیم عدد ۲۷ بر عدد ۳ صفر میباشد گوئیم ۲۷ بر ۳ قابل قسمت است و ۲۷ مضربی است از ۳ و بالاخره عدد ۳ عدد ۲۷ را عاد مینماید

در حساب قاعده هائی موجود است که بواسطهٔ آن بدون انجام عمل تقسیم میتوان ماندهٔ تقسیم عددی را بر بعضی عدد ها تعیین نمود و واضح است که اگر ماندهٔ این تقسیم برابر صفر باشد عدد نخستین بر عدد دوم قابل قسمت است ـ پس از روی قاعده های قابلیت تقسیم میتوان دانست آیا عددی بر عدد دیگر قابل قسمت است یا نه و درصورتیکه قابل قسمت نباشد ماندهٔ تقسیم را بدون انجام عمل بدست آورد .

قاعده های قابلیت تقسیم عدد ها بر چند اصل گذارده شده که آنها را با ذکر مثال توضیح میدهیم

۱۱۴ ـ اصل ۱ ـ هرگاه چند عدد بر یک عدد قابل قسمت باشند

مجموع آنها نیز بر آن عدد قابل قسمت است بعبارهٔ دیگر هر گاه عدد مفروضی چندین عدد را عاد کند مجموع آنها را نیز عاد مینماید

مثال - عدد های ٤٥ و ٩ و ٢٧ و ٨١ بر ٩ قابل قسمت میباشند وچنانکه دیده میشود مجموع این عددها یعنی ١٦٢=٨١+٢٧+٩+٤٥ بر ٩ قابل قسمت است ١٦٢=٩×١٨

نتیجه - اگر عددی بر عدد دیگر قابل قسمت باشد هر مضربی از عدد نخست نیز بر عدد دوم قابل قسمت است

مثال - عدد ٧٥ بر ١٥ قابل قسمت است پس عدد

٧×٧٥=٧٥+٧٥+٧٥+٧٥+٧٥+٧٥+٧٥=٥٢٥

نیز بر ١٥ قابل قسمت است وچنانکه دیده میشود ٣٥×١٥=٥٢٥

۱۱۵ - اصل ۳ - اگر دو عدد بر عدد سوم قابل قسمت باشند تفاضل آن دو عدد نیز برعدد سوم قابل قسمت است

مثال - دوعدد ٩٦ و ٦٤ بر ١٦ قابل قسمت میباشند چنانکه دیده میشود تفاضل آنها یعنی عدد ٣٢=٩٦-٦٤ نیز بر ١٦ قابل قسمت است ٣٢=١٦×٢

۱۱۶ - اصل ۳ - هر گاه از دو عدد مفروض یکی برعددسوم قابل قسمت بوده و دیگری بر آن قابل قسمت نباشد مجموع آن دو عدد نیز برعدد سومی قابل قسمت نبوده وماندهٔ این تقسیم برابر ماندهٔ تقسیم عدد غیر قابل قسمت است بر عدد سوم

مثال - عدد ٢٨ بر ٧ قابل قسمت است ولی عدد ٣٢ بر ٧ قابل قسمت نبوده ماندهٔ آن برابر ٤ است و چنانکه دیده میشودمجموع این دوعدد یعنی ٦٠=٣٢+٢٨ نیز بر٧ قابل قسمت نبوده وماندهٔ تقسیم آن بر ٧ برابر ٤ است ٦٠=٧×٨+٤

نتیجه ـ اگر مجموع مانده های تقسیم چندین عدد بر عدد مفروض بر این عدد قابل قسمت باشد مجموع آن عددها نیز بر این عدد قابل قسمت است .

مثال - عددهای ۲۰ و ۳۲ و ٤٥ و ٥٦ و ۲۹ را بر ۷ قسمت میکنیم : میشود

۲۰ = ۷ × ۲ + ٦ و ۳۲ = ۷ × ٤ + ٤ و ٤٥ = ۷ × ٦ + ۳ و ٥٦ = ۷ × ۸ + ۰ و ۲۹ = ۷ × ٤ + ۱

مانده ها بترتیب عبارتند از ٦ و ٤ و ۳ وصفر و ۱ ومجموع مانده ها یعنی ۱٤ = ۱ + ۰ + ۳ + ٤ + ٦ بر ۷ قابل قسمت است و چنانکه دیده میشود مجموع ۱۸۲ = ۲۹ + ٥٦ + ٤٥ + ۳۲ + ۲۰ بر ۷ قابل قسمت است ۲٦ × ۷ = ۱۸۲

۱۱۷ - اصل ۴ - اگر مانده های تقسیم دو عدد بر عدد سوم برابر باشند تفاضل آن دو عدد نیز بر عدد سوم قابل قسمت است

مثال - مانده های تقسیم دوعدد ۲۰ و ٤٦ بر ۱۳ برابر می باشند:

٤٦ = ۱۳ × ۳ + ۷ ‏ ‏ ‏ ‏ ۲۰ = ۱۳ × ۱ + ۷

وچنانکه دیده میشود تفاضل این دو عدد یعنی ۲٦ = ۲۰ - ٤٦ بر ۱۳ قابل قسمت است ۲٦ = ۱۳ × ۲

۱۱۸ - اصل ۵ - هرگاه دوعدد داشته باشیم که هیچ عددی جز یك هر دوی آنها را عاد ننماید (چنانکه بعد خواهیم دید چنین دو عددی را نسبت بهم اول گویند) و عددی بر هر یك از این دو عدد قابل قسمت باشد این عدد بر حاصل ضرب دوعدد مفروض نیز قابل قسمت است

مثال - دوعدد ۳۵ و ۱۲ نسبت بیکدیگر اولند یعنی هیچ عددی غیر از یك هر دو آنها را عاد نمی نماید یا بعبارة دیگر مقسوم علیه مشترکی جز یك ندارند - حال عدد ۸٤۰ را در نظر میگیریم که بر هر دو عدد ۳۵ و ۱۲ قابل قسمت است

$۸۴۰ = ۱۲ \times ۷۰$ $۸۴۰ = ۳۵ \times ۲۴$

چنانکه - میبینیم عدد ۸۴۰ برحاصل ضرب ۱۲ و ۳۵ یعنی ۴۲۰ = ۳۵ × ۱۲ نیزقابل قسمت است : ۸۴۰ = ۴۲۰ × ۲

بعلاوه دیده میشود که چون ۸۴۰ بر ۱۲ = ۳ × ۴ قابل قسمت میباشد برهریك ازدوعدد ۳ و ۴ قابل قسمت است

$۸۴۰ = ۳ \times ۲۸۰$ $۸۴۰ = ۴ \times ۲۱۰$

پس میتوان این نتیجه را بدست آورد:

نتیجه - هرگاه عددی برحاصل ضرب‌دوعدد دیگر قابل قسمت باشد بهریك از آن دوعدد قابل قسمت است.

حال بااستفاده ازاین اصل‌ها قاعده هائی برای قابلیت تقسیم برعدد های ۲و۳و۴و۵و۶و۸و۹و۱۰و۱۱ و...ذکر میکنیم

۱۱۹ - قابلیت تقسیم بر۲و۵ - میدانیم ۱۰ = ۲ × ۵ پس‌بموجب اصل ۱ یانتیجه اصل ۵ مضربهای ۱۰ بر۲ و ۵ قابل قسمت میباشند - پس هرعددی که پیکر یکان آن صفرباشد چون مضربی است از ۱۰ بر۲ وبر ۵ قابل قسمت است -

مثال - عدد های ۷۰ و ۹۳۲۰ که مضربهائی از ۱۰ می باشند (پیکر یکان آنها صفر است) بر۲ و ۵ قابل قسمت میباشند

$۷۰ = ۲ \times ۳۵ = ۵ \times ۱۴$

$۹۳۲۰ = ۲ \times ۴۶۶۰ = ۵ \times ۱۸۶۴$

هر عددی را که مضربی از ۱۰ نباشد میتوان بحاصل جمع دو جزء که یکی مضربی از ۱۰ و دیگری عددی کوچکتر از ۱۰ باشد تبدیل نمود - مثلا عدد ۷۴۸ را میتوان چنین نوشت ۷۴۸ = ۷۴۰ + ۸ که در آن ۷۴۰ مضربی از ۱۰ و ۸ عددی است کوچکتر از ۱۰ - چنانکه میدانیم جزء نخست همیشه بر ۱۰ و بنا براین بر۲ و ۵ قابل قسمت میباشد پس

بموجب اصل ۱ برای آنکه عدد مفروض بر ۲ یا ٥ قابل قسمت باشد لازمست جزء دوم که پیکر یکان عدد است بر دو یا ٥ قابل قسمت باشد - پس :

قاعده ـ هرگاه پیکر یکان عددی بر ۲ یا ٥ قابل قسمت باشد آن عدد نیز بر ۲ یا ٥ قابل قسمت است ـ بین عددهای یک پیکری فقط صفر و ٥ بر ٥ قابل قسمت میباشند ـ پس :

قاعده ـ هر عددی که پیکر یکان آن صفر یا ٥ باشد بر ٥ قابل قسمت است بین عددهای یک پیکری صفر و ۲ و ٤ و ٦ و ۸ بر ۲ قابل قسمت میباشند ـ پس :

قاعده ـ هر عددی که پیکر یکان آن صفر یا ۲ یا ٤ یا ٦ یا ۸ باشد بر ۲ قابل قسمت است و عدد قابل قسمت بر ۲ را زوج یا جفت خوانند ـ

ماندهٔ تقسیم عددی بر ۲ یا ٥ ـ با در نظر گرفتن قاعده قابلیت تقسیم عددها بر ۲ یا ٥ دو اصل ۳ معلوم میشود که ماندهٔ تقسیم عددی بر ۲ یا ٥ عبارتست از ماندهٔ تقسیم پیکر یکان آن عدد بر ۲ یا ٥

مثال - ماندهٔ تقسیم عدد ۷۲۹ بر ۲ عبارتست از ماندهٔ تقسیم ۹ بر ۲ که برابر یک است ۱ + ۳٦٤ × ۲ = ۷۲۹ و ماندهٔ تقسیم عدد ۳٦۸ بر ٥ عبارتست از ماندهٔ تقسیم ۸ بر ٥ که برابر ۳ است

۳ + ۷۳ × ٥ = ۳٦۸

۱۳۰ - قابلیت تقسیم بر ۴ و ۲۵ ـ میدانیم ۱۰۰ = ۲٥ × ٤ پس هر عددی که مضربی از ۱۰۰ باشد یعنی هر عددی که دو پیکر سمت راست آن صفر باشد بر ٤ و ۲٥ قابل قسمت است

مثال - عددهای ۸۳۰۰ و ۲۰٥۰۰ که مضربهائی از ۱۰۰ میباشند (پیکرهای یکان و دهگان آنها صفر است) بر ٤ و ۲٥ قابل قسمت میباشند :

۸۳۰۰ : ٤ = ۲۰۷٥ ، ۸۳۰۰ : ۲٥ = ۳۳۲ و ۲۰٥۰۰ : ٤ = ٥۱۲٥ ، ۲۰٥۰۰ : ۲٥ = ۸۲۰

هر عددی را که مضربی از ۱۰۰ نباشد میتوان بحاصل جمع مضربی

از ۱۰۰ وعددی کوچکتر از ۱۰۰ تبدیل نمود مثلاعدد ۸۳۴۲۷ را میتوان چنین نوشت ۲۷ + ۸۳۴۰۰ = ۸۳۴۲۷ که درآن ۸۳۴۰۰ مضربی است از ۱۰۰ و ۲۷ عددی است کوچکتر از ۱۰۰ -

چنانکه میدانیم جزء نخست همیشه بر ۱۰۰ وبنابراین بر ۴ و ۲۵ قابل قسمت میباشد پس بموجب اصل ۱ برای آنکه عدد مفروض بر ۴ یا ۲۵ قابل قسمت باشد لازمست جزء دوم یعنی عددی که از دو پیکر سمت راست عدد مفروض تشکیل می‌یابد بر ۴ یا ۲۵ قابل قسمت باشد -

قاعده - هرگاه عددی که ازدو پیکر سمت راست عدد مفروض تشکیل می یابد بر ۴ یا ۲۵ قابل قسمت باشد عدد مفروض نیز بر ۴ یا ۲۵ قابل قسمت است

مثال - عدد ۷۶۴ بر ۴ قابل قسمت است زیرا ۱۶ × ۴ = ۶۴ و چنانکه می بینیم ۱۹۱ × ۴ = ۷۶۴ همچنین عدد ۷۰۶۷۵ بر ۲۵ قابل قسمت است زیرا ۳ × ۲۵ = ۷۵ وچنانکه می‌بینیم

۷۰۶۷۵ = ۲۵ × ۲۸۲۸

ماندهٔ تقسیم عددی بر ۴ یا ۲۵ - با در نظر گرفتن قاعدهٔ قابلیت تقسیم عدد بر ۴ و ۲۵ واصل ۳ معلوم میشود که ماندهٔ تقسیم عددی بر ۴ یا ۲۵ عبارتست ازماندهٔ تقسیم عدد دو پیکری سمت راست آن بر ۴ یا ۲۵

مثال - ماندهٔ تقسیم عدد ۹۲۷ بر ۴ عبارتست ازماندهٔ تقسیم ۲۷ بر ۴ که برابر ۳ میباشد ۳ + ۲۳۱ × ۴ = ۹۲۷ و ماندهٔ تقسیم ۶۹۲ بر ۲۵ عبارتست ازماندهٔ تقسیم ۹۲ بر ۲۵ که برابر ۱۷ میباشد وچنانکه می بینم ۱۷ + ۲۷ × ۲۵ = ۶۹۲

۱۳۱ - قابلیت تقسیم بر ۸ و ۱۲۵ - میدانیم ۱۰۰۰ = ۱۲۵ × ۸

پس هرعددی که مضربی از ١٠٠٠ باشد یعنی سه پیکر سمت راست آن صفر باشد بر ٨ و ١٢٥ قابل قسمت است

مثال - عدد ٢٨٣٠٠٠ بر ٨ و ١٢٥ قابل قسمت است زیرا این عدد مضربی است از ١٠٠٠

٨٢٣٠٠٠ = ٨ × ١٠٢٨٧٥ = ١٢٥ × ٦٥٨٤

هرعددی را که مضربی از ١٠٠٠ نباشد میتوان بحاصل جمع مضربی از ١٠٠٠ وعددی کوچکتر از ١٠٠٠ تبدیل نمود مثلا عدد ٢٣٤٥٦٧ را میتوان چنین نوشت ٢٣٤٥٦٧ = ٢٢٤٠٠٠ + ٥٦٧ که در آن ٢٣٤٠٠٠ مضربی است از هزار و ٥٦٧ عددیست کوچکتر از ١٠٠٠

چنانکه میدانیم جزء نخست همیشه بر ١٠٠٠ وبنا براین بر ٨ و ١٢٥ قابل قسمت میباشد پس بموجب اصل ١ برای آنکه عدد مفروض بر ٨ یا ١٢٥ قابل قسمت باشد لازمست جزء دوم یعنی عددی که از سه پیکر سمت راست عدد مفروض تشکیل می‌یابد بر ٨ یا ١٢٥ قابل قسمت باشد

قاعده ـ هرگاه عددی که از سه پیکر سمت راست عدد مفروضی تشکیل می‌یابد بر ٨ یا ١٢٥ قابل قسمت باشد عدد مفروض نیز بر ٨ یا ١٢٥ قابل قسمت است

مثال - عدد ٤٢٧٢٨ را بر ٨ قابل قسمت است زیرا: ٧٢٨ = ٨ × ٩١ وچنانکه می‌بینیم: ٤٢٧٢٨ = ٨ × ٥٣٤١ همچنین عدد ٢٦٥٨٧٥ بر ١٢٥ قابل قسمت زیرا: ٨٧٥ = ١٢٥ × ٧ وچنانکه می‌بینیم ٢٦٥٨٧٥ = ١٢٥ × ٢١٢٧

ماندهٔ تقسیم عددی بر ٨ و ١٢٥ ـ بدرنظر گرفتن قاعده قابلیت تقسیم عددی بر ٨ و ١٢٥ و اصل ٣ معلوم میشود که مانده تقسیم عددی بر ٨ و ١٢٥ عبارتست از ماندهٔ تقسیم عدد سه پیکری سمت راست آن بر ٨ و ١٢٥

مثال - ماندهٔ تقسیم ۸۴۳۷ بر ۸ عبارتست از ماندهٔ تقسیم ۴۳۷ بر ۸ که برابر ۵ میباشد و چنانکه میبینیم ۸۴۳۷=۸×۱۰۵۴+۵

همچنین ماندهٔ تقسیم ۳۴۲۷۸ بر ۱۲۵ عبارتست از ماندهٔ تقسیم ۲۷۸ بر ۱۲۵ که برابر ۲۸ میباشد و چنانکه دیده میشود

۳۴۲۷۸=۱۲۵×۲۷۴+۲۸

۱۳۳ - قابلیت تقسیم بر ۹ و ۳ - میدانیم ماندهٔ تقسیم یکه هر مرتبه بر ۹ برابر یك میباشد یعنی :

۱=۰×۹+۱ و ۱۰=۱×۹+۱ و ۱۰۰=۱۱×۹+۱ و ۱۰۰۰=۱۱۱×۹+۱ ....

حال اگر هریك ازاین یکان را دریکی از عدد های ۲ و ۳ و ... ۸ و ۹ ضرب کنیم ماندهٔ تقسیم این عددها بر ۹ بترتیب برابر ۲ و ۳ و ... و ۸ و ۹ خواهد بود - مثلا :

۷۰۰۰=۷۷۷×۹+۷ ۳۰۰=۳۳×۹+۳ ۸۰=۸×۹+۸

بعلاوه هر عددی را میتوان بحاصل جمع مرتبه های مختلف آن تبدیل نمود مثلا عدد ۷۳۲۶ را میتوان چنین نوشت :

۷۳۲۶=۷۰۰۰+۳۰۰+۲۰+۶

میدانیم مانده های تقسیم ۷۰۰۰ و ۳۰۰ و ۲۰ و ۶ بر ۹ بترتیب عبارتند از ۷ و ۳ و ۲ و ۶ وچون مجموع مانده های جزء یعنی ۱۸=۶+۲+۳+۷ بر ۹ قابل قسمت است بموجب نتیجهٔ اصل ۳ عدد ۷۳۲۶ بر ۹ قابل قسمت است و چنانکه دیده میشود عدد های ۷ و ۳ و ۲ و ۶ عبارت از پیکر هـای مطلق عدد مفروض میباشند

برای قابلیت تقسیم بر ۳ نیز میتوان همین بیان را تکرار نمود

قاعده ــ هر گاه مجموع پیکر های مطلق عددی بر ۹ یا ۳ قـابل قسمت باشد آن عدد نیز بر ۹ یا ۳ قابل قسمت است نیز میتوان گفت اگر پیکر های مطلق عددیرا ۹ به ۹ یا ۳ به ۳ طرح کنیم و مانده صفر

گردد آن عدد بر ۹ یا ۳ قابل قسمت است و در غیر این صورت ماندهٔ تقسیم عدد مفروض بر ۹ یا ۳ برابر ماندهٔ تقسیم مجموع پیکر های مطابق عدد مفروض است بر ۹ یا ۳

مثال ۱ ـ عدد ٤٣٢٨١٩ بر ۹ قابل قسمت است زیرا ٤ + ۳ + ۲ + ۸ + ۱ + ۹ = ۲۷ بر ۹ قابل قسمت میباشد ۳ × ۹ = ۲۷ و چنانکه می بینیم ٤٣٢٨١٩ = ۹ × ٤٨٠٩١ همچنین عدد ۲۳۸۰۱۵۲ بر ۳ قابل قسمت زیرا ۲ + ۳ + ۸ + ۱ + ٥ + ۲ = ۲۱ بر ۳ قابل قسمت است ۲۱ = ۳ × ۷ و چنانکه می بینیم

۲۳۸۰۱۵۲ = ۳ × ۷۹۳۳۸٤

مثال ۲ - عدد ٥٥٤ بر ۹ قابل قسمت نیست زیرا ١٤ = ٥ + ٥ + ٤ بر ۹ قابل قسمت نمی باشد ٥ + ۱ × ۹ = ١٤ و ماندهٔ تقسیم عدد مفروض بر ۹ برابر ٥ است و چنانکه میبینیم ٥ + ٦٠ × ۹ = ٥٥٤

بهمین ترتیب دیده میشود که عدد ٥٥٤ بر ۳ قابل قسمت نبوده ماندهٔ تقسیم آن بر ۳ برابر ۲ میباشد

۱۲۳ - قابلیت تقسیم بر ۱۱ ـ میدانیم مانده تقسیم یکه های مرتبه های فرد یعنی مرتبه های نخست و سوم و پنجم و هفتم . . . یا عدد های ۱ و ۱۰۰ و ۱۰۰۰۰ و ۱۰۰۰۰۰۰ و . . . بر ۱۱ برابر یک میباشد ـ بعبارهٔ دیگر این عدد ها مضربهائی از ۱۱ میباشند بعلاوه یک :

۱ = ۱۱ × ۰ + ۱ ، ۱۰۰ = ۱۱ × ۹ + ۱ ، ۱۰۰۰۰ = ۱۱ × ۹۰۹ + ۱ ....

و ماندهٔ تقسیم یکه های مرتبه های زوج یعنی مرتبه های دوم و چهارم و ششم و . . . یا عدد های ۱۰ و ۱۰۰۰ و ۱۰۰۰۰۰ و . . . بر ۱۱

برابر ۱۰ یا ۱۱-۱ میباشند ـ بعبارهٔ دیگر این عدد ها مضربهائی از ۱۱ میباشند منهای یك

۱۰ = ۱۱×۰ + ۱۰ = ۱۱×۱ − ۱ و ۱۰۰۰ = ۱۱×۹۰ + ۱۰ = ۱۱×۹۱ − ۱ ....

پس اگر هریك از واحد های دسته اول (مرتبه های فرد) را دریکی از عدد های ۲ و ۳ و ... و ۸ و ۹ ضرب کنیم ماندهٔ تقسیم این عددها بر ۱۱ بترتیب برابر ۲ و ۳ و ... ۸ و ۹ خواهد بود ـ بعبارهٔ دیگر این چنین عدد ها مضربهائی از ۱۱ میباشند بعلاوه ۲ و ۳ و ... و ۸ و ۹. بهمین ترتیب اگر هریك از یکه های دسته دوم (مرتبه های زوج) را دریکی از عدد های ۲ و ۳ و ... و ۸ و ۹ ضرب کنیم عدد هائی که بدین ترتیب بدست میآیند مضربهائی از ۱۱ میباشند منهای ۲ و ۳ و ... ۸ و ۹

مثال ۱ - عدد ۲۷۵۴۹۸۳ مفروض است آن را چنین مینویسیم

۲۷۵۴۹۸۳ = ۲۰۰۰۰۰۰ + ۷۰۰۰۰۰ + ۵۰۰۰۰ + ۴۰۰۰ + ۹۰۰ + ۸۰ + ۳

چنانکه گفته شد در این مجموع عددهای ۳ و ۹۰۰ و ۵۰۰۰۰ و ۲۰۰۰۰۰۰ بترتیب مضربهائی از ۱۱ میباشند باضافهٔ ۳ و ۹ و ۵ و ۲ (یعنی پیکر مطابق هریك) و عدد های ۸۰ و ۴۰۰۰ و ۷۰۰۰۰۰ نیز بترتیب مضربهائی از ۱۱ میباشند منهای ۸ و ۴ و ۷ (یعنی پیکر مطابق هریك) بنا بر این میتوان گفت عدد مفروض مضربی از ۱۱ میباشد باضافهٔ ۳ + ۹ + ۵ + ۲ = ۱۹ و منهای ۸ + ۴ + ۷ = ۱۹ پس چون مقدار اضافه مانده ها برابر مقدار کم بود آنها میباشد عدد مفروض مضربی است از ۱۱ یعنی بر ۱۱ قابل قسمت است و چنانکه می بینیم

۲۷۵۴۹۸۳ = ۱۱ × ۲۵۰۴۵۳

مثال ۳ - عدد ۱۷۵۹۳۸۲۹ مفروض است بنابر آنچه که در مثال پیش گفته شد این عدد مضربی از ۱۱ میباشد باضافهٔ
۳۳ = ۷ + ۹ + ۸ + ۹ ومنهای ۱۱ = ۱ + ۵ + ۳ + ۲ بعبارة دیگر
این عدد مضربی است از ۱۱ باضافهٔ ۲۲ = ۱۱ - ۳۳ و چون
۲ × ۱۱ = ۲۲ نیز مضربی از ۱۱ میباشد عدد مفروض بر ۱۱ قابل قسمت است و چنانکه دیده میشود

۱۷۵۹۳۸۲۹ = ۱۱ × ۶۵٤۱۶۷۲

قاعده - هر گاه فضل مجموع پیکر های مرتبه های فرد عددی بر مجموع پیکرهای مرتبه های زوج آن عدد صفر یا مضربی از ۱۱ باشد آن عدد بر ۱۱ قابل قسمت است ودرغیر اینصورت ماندهٔ تقسیم عدد مفروض بر ۱۱ برابر ماندهٔ تقسیم این مانده است بر عدد ۱۱

تبصره - اگر مجموع پیکر های مرتبه های زوج از مجموع پیکر های مرتبه های فرد بزرگتر باشد تفریق ممکن نیست وباید آنقدر ۱۱ بر مجموع پیکر های مرتبه‌های فرد اضافه نمود تا تفریق ممکن گردد

۱۳۴ - قابلیت تقسیم بر بعضی عدد های دیگر ـ باستفاده از قاعده های قابلیت تقسیم که تا کنون گفته شده و اصل ۵ میتوان قاعده های قابلیت تقسیم بر بعضی عدد های دیگر را بدست آورد :

قاعده ـ هر عددی که بر ۲ و ۳ قابل قسمت باشد بر ۶ نیز قابل قسمت است

قاعده ـ هر عددی که بر ۳ و ٤ قابل قسمت باشد بر ۱۲ نیز قابل قسمت است

قاعده ـ هر عددی که بر ۳ و ۵ قابل قسمت باشد بر ۱۵ نیز قابل قسمت است

قاعده ـ هر عددی که بر ۲ و ۹ قابل قسمت باشد بر ۱۸ نیز قابل قسمت است

قاعده ـ هر عددی که بر ۲ و ۱۱ قابل قسمت باشد بر ۲۲ نیز قابل قسمت است

قاعده ـ هرعددی که بر ۳ و ۸ قابل قسمت باشد بر ۲٤ نیز قابل قسمت است

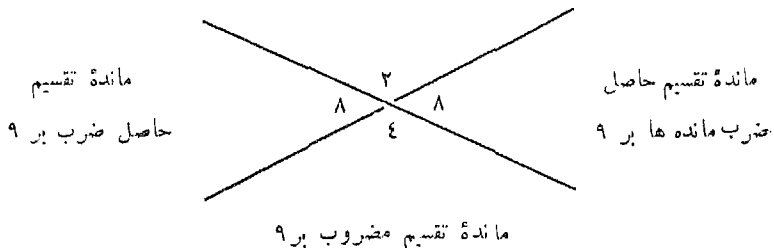
بهمین ترتیب میتوان بآسانی قاعده های قابلیت تقسیم را بر بعضی عدد ها که حاصل ضرب دو یا چندین عدد اول نسبت بیکدیگر باشند بدست آورد و ما این قسمت را برعهدهٔ دانش آموزان میگذاریم

۱۳۵ ـ موارد استعمال قابلیت تقسیم اعداد درامتحان ضرب و تقسیم

قاعده ـ برای آنکه تحقیق کنیم آیا عمل ضربی که انجام داده‌ایم صحیح میباشد با توجه بقاعده قابلیت تقسیم بر ۹ماندهٔ تقسیم مضروب و مضروب فیه را بر ۹ در یکدیگر ضرب نموده ماندهٔ تقسیم این حاصل ضرب را بر ۹ بدست میآوریم حال اگر این ماندهٔ برابر ماندهٔ تقسیم حاصل ضرب منظور بر۹ نباشد عمل ضرب حتماً صحیح انجام نگرفته

مثال ـ میخواهیم بدانیم آیا این عمل ضرب صحیح است یانه :

٤۹۵۳۱۷×۳۹۲۵۸=۱۹٤۲۰۳۸۸۹۳٦

مانده ها را بترتیبی که در شکل زیر دیده میشود مینویسیم

اگر دو عددی که در دو خانه راست و چپ نوشته شده برابر یکدیگر نباشند عمل ضرب درست نیست

قاعده ــ برای اینکه تحقیق کنیم آیا عمل تقسیمی که انجام داده‌ایم صحیح است یا نه مانده های تقسیم های زیرین را بدست میآوریم :
۱ ــ مانده تقسیم مقسوم علیه بر ۹ ۲ ــ ماندهٔ تقسیم خارج قسمت بر ۹ ۳ ــ ماندهٔ تقسیم مانده بر ۹ سپس دو ماندهٔ نخستین را در یکدیگر ضرب و حاصل را با ماندهٔ سوم جمع میکنیم و ماندهٔ تقسیم این حاصل جمع را بر ۹ می یابیم ـ اگر این مانده برابر ماندهٔ تقسیم مقسوم بر ۹ نباشد عمل تقسیم ما درست انجام نگرفته

مثال ـ میخواهیم بدانیم آیا این عمل تقسیم صحیح است یا نه:

٤٧٦٥٨٠٢١ = ٢٥٠٣ × ١٩٠٤٠ + ٩٠١

مانده های تقسیم مقسوم علیه و خارج قسمت و مانده بر ۹ بترتیب عبارتند از ۱ و ۵ و ۱ چون دو عدد نخستین را در یکدیگر ضرب کرده با عدد سوم جمع کنیم چنین داریم ٦ = ١ + ٥ × ١ ماندهٔ تقسیم ٦ بر ۹ برابر ٦ است ماندهٔ تقسیم مقسوم بر ۹ نیز ٦ است ــ اگر این دو عدد با یکدیگر برابر نبودند عمل ما درست نبود

تبصره ۱ ــ برای این دو امتحان بجای ۹ میتوان هر عدد دیگری را که بخواهیم مثلاً ۱۱ یا ۳ یا ... بکار برد و علت آنکه معمولاً ۹ را اختیار میکنند آنست که تعیین ماندهٔ تقسیم هر عدد بر ۹ بسیار آسانست.

تبصره ۲ ـ چنانکه گفتیم اگر دو مانده که در بالا بآن اشاره شد برابر نباشند عمل ضرب یا تقسیم محققاً درست نیست ــ اگر این دو مانده برابر باشند عموماً عمل ما صحیح است ولی نمیتوان بطور قطع بر صحت آن حکم نمود

مسئله ها

مسئله ۹۵ — بدون اجرای عمل تقسیم مانده‌های تقسیم هریك ازعدد های زیرین:

٤٩٥	٣٤٨	٣٠١	٢٨٦	٢٤٥	١٩٢	١٧٣
٩٢٠	٨٣٢	٨٧٠	٧٢٩	٦٤١	٥٣٨	٥٠٧
٩٥٠٧	٧٢٨٣	٥٠٠٦	٤٠٨٢	٣٥٩٤	٢٧٦٣	١٣٤٥
٨٣٢٤٧	٦٢٧٨٥	٥٦٧٩٢	٤٢٣٧١	٣٨٠٢٤	٢٩٣٥٦	١٢٨٤٣
٩٨٦٧٠٢	٩٣٥٤٠٢	٧٨٩٤٩٥	٨٣١٠٧٩	٧٠٤٥٩١	٥٢٨٤٨٣	٩٥٣٠٢

را بر ٢و٣ و ٤و٥ و ٨و٩ و ١٠و١١ و ٢٥ تعیین کنید .

مسئله ۹۶ ـ (نمونه) عدد ٥٠٧٠٤ مفروض است — چه پیکر هائی بجای دو صفر این عدد میتوان قرار داد تا عددی که بدین ترتیب بدست میآید بر ٤ و ٩ قابل قسمت باشد .

حل ـ برای آنکه عددما بر ٤ قسمت باشد باید عدد دو پیکری سمت راست آن بر ٤ قابل قسمت باشد بنابر این پیکر هائی که میتوان بجای صفر مرتبه دهگان این عدد قرار داد تا بر ٤ قابل قسمت باشد عبارت خواهند بود از ٠ و٢ و٤ و٦ و٨ حال گوئیم :

اگر برای پیکر دهگان صفررا انتخاب کنیم برای آنکه عدد ما بر ٩ قابل قسمت باشد باید پیکر یکان هزار آن ٢ باشد وعدد ما عبارت خواهد بود از ٥٢٧٠٤

اگر برای پیکر دهگان ٢ را انتخاب کنیم برای آنکه عدد ما بر ٩ قابل قسمت باشدبایدپیکر یکان هزارصفریا٩ باشد ودو عدد ٥٠٧٢٤ و ٥٩٧٢٤ بدست میآید

اگر برای پیکر دهگان ٤ را انتخاب کنیم برای آنکه عدد ما بر ٩ قابل قسمت باشد باید پیکر یکان هزار ٧ باشد و عدد ٥٧٧٤٤ بدست میآید

اگر برای پیکر دهگان ٦ را انتخاب کنیم برای آنکه عدد ما بر ٩ قابل قسمت باشد باید پیکر یکان‌هزار آن ٥ باشد وعدد ٥٥٧٦٤ بدست میآید

اگر برای پیکر دهگان ٨ را انتخاب کنیم برای آنکه ٩ قابل قسمت باشد باید پیکر یکان هزار آن ٣ باشد وعدد ٥٣٧٨٤ بدست میآید

پس جوابهای مسئله عبارتند از : ٥٣٧٨٤ و ٥٥٧٦٤ و ٥٧٧٤٤ و ٥٩٧٢٤ و ٥٠٧٢٤ و ٥٢٧٠٤

مسئله ۹۷ -- در عدد ٦٣٢٠٠ چه پیکرهائی میتوان بجای دو صفر قرارداد تا عددی که بدست میآید بر ٤و٩ قابل قسمت باشد یا آنکه بر ٨ و ٩ قابل قسمت باشد

مسئله ۹۸ — درعدد ۱۰٤۰۸۲۰ چه پیکرهائی بجای سه صفر میتوان قرارداد تا عددی که بدین طریق بدست میآید بر ۵ و ۹ قابل قسمت باشد

مسئله ۹۹ — درعدد های ۳۰۸۰۲٤۰ و ۳۲۵۰۰٤ و ۵۰٤۰۰۸۷ چه پیکر هائی بجای صفر میتوان قرار داد تا عدد هائی که بدین ترتیب بدست میآیند مرتباً بر (۵و۶) و (۳و۸) و (۹و۱۱) قابل قسمت باشند تحقیق کنید جواب هائی که برای دومین عدد بدست میآیند آیا بر ۶ نیز قابل قسمت میباشند؟

مسئله ۱۰۰ — مطلوبست تعیین عدد سه پیکری که بر (۳و۸) یا (۹و۵) یا (۶و۱۱) قابل قسمت بوده و پیکر دهگان آن ٤ باشد

مسئله ۱۰۱ — (نمونه) در موقع ضرب عدد ۶۲۷ در ۳۵۰٤ اشتباها صفر عدد دوم را در عمل دخالت نداده ایم میخواهیم تحقیق کنیم که از امتحان این عمل با قابلیت تقسیم بر ۹ غلط بودن آن معلوم نمیگردد وبدون تجدید عمل ضرب مقدار اشتباه را تعیین کنیم

حل . اگر عدد ۶۲۷ را در ۳۵۰٤ ضرب کنیم مثل آنست که آنرا یکبار در ۳۵۰۰ و بار دیگر در ٤ ضرب نموده حاصل ضربها را با هم جمع کرده ایم ولی ۶۲۸ را در ۳۵٤ ضرب کرده ایم یعنی یکبار آنرا در ۳۵۰ و بار دیگر در ٤ ضرب نموده حاصل ضربها را باهم جمع کرده ایم پس این حاصل ضرب باندازهٔ

۹×۳۵۰۰ = ۳۵۰۰ — ۱۰×۳۵۰۰ = ۳۵۰۰ — ۳۵۰۰۰

مرتبه ۶۲۷ کمتر از حاصل ضرب مطلوبست و چون عدد ۶۲۷×۹×۳۵۰۰ مضربی است از ۹ پس امتحان عمل بواسطهٔ قابلیت تقسیم بر ۹ اشتباهی را که روی داده ظاهر نمیسازد و باید برحاصل ضربی که بدست آمده:

۱۹۷۵۰۵۰۰ = ۶۲۷×۹×۳۵۰۰ اضافه نموده تا حاصل ضرب اصلی بدست آید چنانکه دیده میشود

۶۲۷×۳۵٤ = ۲۲۱۹۵۸ ۶۲۷×۳۵۰٤ = ۲۱۹۷۰۰۸

۱۹۷۵۰۵۰ = ۲۲۱۹۵۸ — ۲۱۹۷۰۰۸

مسئله ۱۰۳ — بجای آنکه عدد ۶۳۷٤ را در ۷۵۰۰ ضرب کنیم آنرا در ۷۵ ضرب کرده ایم تحقیق کنید که امتحان این عمل بکمک قابلیت تقسیم بر ۹ اشتباهی را که روی داده ظاهر نمیسازد وبدون تجدید عمل ضرب نمود حاصل ضرب را پیدا کنید

مسئله ۱۰۳ — بجای آنکه عدد ۳٤۲۷ را در ۳۲۰۸ ضرب کنیم آنرا در ۳۲۸ ضرب کرده ایم تحقیق کنید که امتحان این عمل بکمک قابلیت تقسیم بر ۹ اشتباهی را روی داده ظاهر نمیسازد و بدون تجدید عمل ضرب اضافه حاصل ضرب را بیابید

مسئله ۱۰٤ — چگونه میتوان عملهای جمع و تفریق را بکمک قابلیت تقسیم بر ۹ امتحان نمود؟

۲ ـ عددهای اول

تجزیهٔ عدد بحاصل ضرب سازه‌های اول

۱۳۶ - تعریف - عدد درستی را اول گوئیم هرگاه جز بریك وبر خودش برعدد درست دیگر قابل‌قسمت نباشد مانند ۵و۴۳و۱۰۱ و در غیر این صورت عدد را غیر اول گویند مانند ۱۲ و ۹۶

تبصره ۵ - باید دانست که هرعدد غیر اولی برابر حاصل ضرب چندین عدد اول است - بعبارهٔ دیگر هرعدد غیراول را میتوان بحاصل ضرب دو یا چندین سازهٔ اول تبدیل نمود

طرز یافتن عددهای اول - سلسلهٔ عددهای درست نامحدود و برای‌یافتن عددهای اول تاجائی‌که مورد احتیاج باشد چنین‌عمل‌میکنیم:

فرض کنیم میخواهیم عددهای اول کوچکتر از ۱۰۰ را تعیین کنیم - نخست این‌عددها رابترتیب ازیك تا ۱۰۰ درجدولی‌مینویسیم:

۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰
۲۱	۲۲	۲۳	۲۴	۲۵	۲۶	۲۷	۲۸	۲۹	۳۰
۳۱	۳۲	۳۳	۳۴	۳۵	۳۶	۳۷	۳۸	۳۹	۴۰
۴۱	۴۲	۴۳	۴۴	۴۵	۴۶	۴۷	۴۸	۴۹	۵۰
۵۱	۵۲	۵۳	۵۴	۵۵	۵۶	۵۷	۵۸	۵۹	۶۰
۶۱	۶۲	۶۳	۶۴	۶۵	۶۶	۶۷	۶۸	۶۹	۷۰
۷۱	۷۲	۷۳	۷۴	۷۵	۷۶	۷۷	۷۸	۷۹	۸۰
۸۱	۸۲	۸۳	۸۴	۸۵	۸۶	۸۷	۸۸	۸۹	۹۰
۹۱	۹۲	۹۳	۹۴	۹۵	۹۶	۹۷	۹۸	۹۹	۱۰۰

چون ۱ عدد اول است از ۲ شروع میکنیم و ۲ را نیز که‌عدد اول است کنار میگذاریم و زیر عددهای این جدول ۲ به ۲ خط

میکشیم - واضح است که این عددها قابل قسمت بر ۲ بوده اول نمیباشند پس باز عدد ۳ که اول است کنار گزارده در زیر عددهای جدول ۳ به ۳ خط میکشیم این عدد ها نیز مضربهای ۳ بوده اول نیستند و همین طور عمل را ادامه میدهیم .

اماچنانکه دیده میشود بعد از ۵ اولین عددی که باید حذف شود ۲۵ یعنی ۵ × ۵ است زیرا عدد های ۵ × ۲ و ۵ × ۳ و ۵ × ٤ قبلاً حذف شده اند پس برای آسانی وقتی مثلاً بعدد ۷ رسیدیم از ۷ × ۷ یعنی ٤۹ شروع نموده عددها را ۷ به ۷ حذف مینمائیم - عدد های اول کوچکتر از ۱۰۰ عبارتند از بیست و شش عدد زیرین :

۱ ۲ ۳ ۵ ۷ ۱۱ ۱۳ ۱۷ ۱۹ ۲۳ ۲۹ ۳۱ ۳۷
٤۱ ٤۳ ٤۷ ۵۳ ۵۹ ٦۱ ٦۷ ۷۱ ۷۳ ۷۹ ۸۳ ۸۹ ۹۷

لازمست دانش آموزان همیشه این عددها را در خاطر داشته باشند

تشخیص عددهای اول - برای آنکه بدانیم آیا عددی اول است یا نه آن را بترتیب بر عدد های اول تقسیم میکنیم تا موقعیکه خارج قسمت از مقسوم علیه کوچکتر گردد - اگر ضمن این عمل ماندهٔ یکی از تقسیمها صفر شد عدد مفروض اول نیست ولی اگر هیچ یک از مانده ها صفر نشد عدد مفروض اول میباشد .

مثال - میخواهیم بدانیم آیا عدد ۳۵۹ اول است یا نه - برای اینکار این عدد را بترتیب بر عدد های اول ۲ و ۳ و ۵ و ۷ و ۱۱ و ۱۳ و ۱۷ و ۱۹ و . . . قسمت میکنیم - ماندهٔ هیچیک از این تقسیم ها صفر نیست - بعلاوه خارج قسمت تقسیم ۳۵۹ بر ۱۹ برابر ۱۸ است که از ۱۹ کوچکتر میباشد - پس نتیجه میگیریم که عدد ۳۵۹ اول است

۱۳۷ - تجزیه عدد غیر اول بسازه های اول - چنانکه گفتیم هر عدد غیر اول برابر حاصل ضرب چندین سازهٔ اول است و این سازه های

اول یك عدد غیر اول را تجزیهٔ آن عدد خوانند - بعبارهٔ دیگر تجزیهٔ عدد غیر اول بسازه های اول آن عبارتست از تعیین عدد های اولی که چون آنها را در یکدیگر ضرب کنیم حاصل ضرب برابر عدد مفروض گردد.

مثال - میخواهیم عدد ۶۰ را که غیر اول است بسازه های اول تجزیه کنیم - میبینیم که اگر عدد های اول ۳ و ۲ و ۵ و ۲ را دریکدیگر ضرب کنیم حاصل برابر ۶۰ میگردد پس ۲×۵×۲×۳=۶۰

۱۴۸ - طرز تجزیه عدد بسازهای اول - مثال - میخواهیم عدد ۶۶۳۰۰ را بسازه های اول تجزیه کنیم - طرز عمل چنین است:

۶۶۳۰۰	۲
۳۳۱۵۰	۲
۱۶۵۷۵	۳
۵۵۲۵	۵
۱۱۰۵	۵
۲۲۱	۱۳
۱۷	۱۷
۱	

عدد مفروض رانوشته خط قائمی در راست آن میکشیم - کوچکترین عدد اولی غیر از یك که عدد مفروض بر آن قابل قسمت است ۲ میباشد پس ۲ رادر راست خط قائم مقابل عددمفروض نوشته خارج قسمت تقسیم این عدد را بر ۲ در ذهن یافته زیر آن مینویسیم - اولین خارج قسمت یعنی ۳۳۱۵۰ بدست میآید - این عدد نیز بر ۲ قابل قسمت است و ازتقسیم این عدد بر ۲ خارج قسمت دوم یعنی ۱۶۵۷۵ بدست میآید این عدد دیگر بر ۲ قابل قسمت نیست ولی بر ۳ قابل قسمت میباشد و از تقسیم آن بر ۳ خارج قسمت سوم یعنی ۵۵۲۵ بدست میآید کوچکترین عدد اولی که این عدد بر آن قابل قسمت است ۵ میباشد و از تقسیم این عدد بر ۵ خارج قسمت چهارم یعنی ۱۱۰۵ بدست میآید - این خارج قسمت باز بر ۵ قابل قسمت است و از تقسیم آن بر ۵ خارج قسمت پنجم یعنی ۲۲۷ بدست میآید

کوچکترین عدد اولی که این عدد بر آن قابل قسمت است ۱۳ است و چون آنرا بر ۱۳ قسمت کنیم خارج قسمت ششم یعنی ۱۷ بدست میآید وچون این عدد اول است جز بر ۱۷ برعدد دیگری قابل قسمت نیست - پس ۱۷ آخرین سازهٔ اول ما خواهد بود وصورت تبدیل عدد بحاصل ضرب سازه های اول چنین است :

$$66300 = 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 5 \times 13 \times 17 = 2^2 \times 3 \times 5^2 \times 13 \times 17$$

قاعده - برای تجزیه عددی بسازه های اول آن را باوچکترین عدد اولی که عدد مفروض را عاد مینماید قسمت میکنیم وهمین عمل را درخارج قسمت تکرار کرده عمل را آنقدر ادامه میدهیم تاخارج قسمت ماعدد اول گردد که جز بر خودش بر عدد دیگری قابل قسمت نیست .

مثال - میخواهیم عددهای ۷۸۷۵ و ۲٤۵۵۲ را بحاصل ضرب سازه های اول تجزیه کنیم چون مطابق قعدهٔ که گفته شد عمل کنیم چنین خواهیم داشت :

$$7875 = 3^2 \times 5^3 \times 7 \qquad 24552 = 2^3 \times 3^2 \times 11 \times 31$$

۱۳۹ - تحقیق قابلیت تقسیم بوسیله تجزیه - برای آنکه تحقیق کنیم آیا عددی برعدد دیگر قابل قسمت است یانه مقسوم ومقسوم علیه را بحاصل ضرب سازه های اول تبدیل میکنیم اگر مقسوم شامل تمام سازه های مقسوم علیه با نماتی اقلا برابر نمای سازه ها در این عدد باشد مقسوم بر مقسوم علیه قابل قسمت است .

مثال - میخواهیم تحقیق کنیم آیا عدد ۱۰۹۲۰ برعدد ۸٤ قابل قسمت است یانه بدو آاین دو عدد را بحاصل ضرب سازه های اول تبدیل میکنیم :

$$10920 = 2^3 \times 3 \times 5 \times 7 \times 13 \quad و \quad 84 = 2^2 \times 3 \times 7$$

سازه های مقسوم علیه ۲و۳و۷ و نمای این سازه ها بترتیب ۲و۱و۱ است - این سه سازه درمقسوم موجود و نماهای آنها بترتیب ۳و۱و۱

میباشد پس بنا بر آنچه گفته شد عدد ۱۰۹۲۰ بر ۸٤ قابل قسمت است چنانکه می بینیم :

۱۰۹۲۰ : ۸٤ = ۱۳۰

خارج قسمت این تقسیم برابر ۱۳۰ است و این نتیجه رامیتوان بدون اجرای عمل تقسیم بدست آورد ـ میدانیم

(خارج قسمت) × (مقسوم علیه) = مقسوم

حال ببینیم چه عددی را باید در ۷ × ۳ × $۲^{۲}$ ضرب نموده تا حاصل برابر ۱۳ × ۷ × ٥ × ۳ × $۲^{۳}$ گردد ـ چنین داریم :

(۷)×(۳)×(۲×۲)×(خارج قسمت) = (۱۳)×(۷)×(٥)×(۳)×(۲×۲×۲)

از مقایسهٔ دو طرف این تساوی معلوم میگردد که خارج قسمت دارای یك سازهٔ ۲ و یك سازهٔ ٥ و یك سازهٔ ۱۳ است یعنی برابر ۱۳۰ = ۱۳ × ٥ × ۲ میباشد ـ بطور خلاصه خارج قسمت برابر حاصل ضرب سازه هائی است از مقسوم که در مقسوم علیه یافت نمیشود

۳ ـ بزرگترین عاد مشترك و كوچكترین مضرب مشترك

۱۳۰ ـ تعریف ـ عاد های یك عدد عبارتند از تمام عدد هائی که عدد مفروض بر آنها قابل قسمت است

مثال ـ عدد ۳۰ بر عدد های ۱ و ۲ و ۳ و ٥ و ٦ و ۱۰ و ۱٥ و ۳۰ قابل قسمت است پس این عدد ها عاد های ۳۰ میباشند

۱۳۱ ـ بزرگترین عاد مشترك دو عدد ـ چنانکه دیدیم هر عددی دارای چندین عاد میباشد ـ ممکن است بین عادهای دو عدد یك یا چندین عاد مشترك باشند ـ این عددها را عادهای مشترك دو عدد مفروض خوانیم ـ بین عادهای مشترك دو عدد آن را که از همه بزرگتر است بزرگترین عاد مشترك

این دو عدد خوانند ـ بهمین طریق میتوان بزرگترین عاد مشترک بین چندین عدد را تعریف نمود

مثال ۱ ـ میخواهیم بزرگترین عاد مشترک سه عدد ۴۵ و ۳۰ و ۶۰ را تعیین کنیم ـ میدانیم :

عاد های عدد ۴۵ عبارتند از : ۴۵ و ۱۵ و ۹ و ۵ و ۳ و ۱

عاد های عدد ۳۰ عبارتند از : ۳۰ و ۱۵ و ۱۰ و ۶ و ۵ و ۳ و ۲ و ۱

عاد های عدد ۶۰ عبارتند از : ۶۰ و ۳۰ و ۲۰ و ۱۵ و ۱۲ و ۱۰ و ۶ و ۵ و ۴ و ۳ و ۲ و ۱

بین این عاد ها سه عدد ۱ و ۳ و ۵ و ۱۵ مشترک میباشند و بین این چهار عاد مشترک ۱۵ از همه بزرگتر است ـ پس ۱۵ بزرگترین عاد مشترک سه عدد ۴۵ و ۳۰ و ۶۰ میباشد

مثال ۲ ـ میخواهیم بزرگترین عاد مشترک عدد های ۲۵۲۰ و ۹۰۰ و ۶۹۳۰ را تعیین کنیم ـ بدوا این سه عدد را چنانکه گفته شد بحاصل ضرب سازه های اول تبدیل میکنیم چنین میشود :

$۲۵۲۰ = ۲^۳ \times ۳^۲ \times ۵ \times ۷$ ، $۹۰۰ = ۲^۲ \times ۳^۲ \times ۵^۲$ ، $۶۹۳۰ = ۲ \times ۳^۲ \times ۵ \times ۷ \times ۱۱$

چنانکه دیده میشود حاصل ضرب سازه های مشترک سه عدد مفروض با کوچکترین نمای هر یک یعنی ۹۰ بزرگترین عاد مشترک است

$۲ \times ۳^۲ \times ۵ = ۹۰$

قاعده ـ برای تعیین بزرگترین عاد مشترک چندین عدد نخست آنها را بحاصل ضرب سازه های اول تبدیل میکنیم ـ سپس سازه های مشترک را با کوچکترین نما اختیار نموده در هم ضرب میکنیم ـ حاصل ضرب عبارتست از بزرگترین عاد مشترک بین عدد های مفروض

۱۳۳ ـ تعریف ـ اگر عددی بر عدد دیگر قابل قسمت باشد عدد نخست را مضرب عدد دوم گویند.

مثال - عدد های ۱۸ و ۳۶ و ۶۰ و ۱۲۶ همه بر ۶ قابل قسمت میباشند — پس این عددها مضربهائی هستند از عدد ۶

تبصره - واضح است شمارهٔ مضربهای هیچ عددی محدود نیست زیرا چون عدد مفروض را بترتیب در هریك از عدد های سلسلهٔ نامحدود اعداد ضرب کنیم بی نهایت مضرب برای آن پیدا میشود .

۱۴۳ - مضربهای مشترك دو عدد — اگر عددی بر چند عدد مفروض قابل قسمت باشد این عدد را مضرب مشترك آن چند عدد خوانند

مثال - عدد ۶۰۰ بر ۱۲ و ۱۵ و ۲۰ و ۳۰ قابل قسمت است پس ۶۰۰ مضرب مشترکی است از این عدد ها

تبصره - واضح است شمارهٔ مضربهای مشترك چندین عدد نیز بی نهایت است زیرا چون یکی از مضربهای مشترك آنها را در سلسلهٔ نامحدود اعداد ضرب کنیم بی نهایت مضرب مشترك برای آن عددها بدست خواهد آمد

کوچکترین مضرب مشترك چند عدد — بین مضربهای مشترك چندین عدد آن را که از همه کوچکتر است کوچکترین مضرب مشترك آن چند عدد خوانند

مثال - عدد های ۱۸۰ و ۳۶۰ و ۵۴۰ و ۷۲۰ و ... همه بر ۹ و ۱۲ و ۱۵ قابل قسمت میباشند - ولی چون عددی کوچکتر از ۱۸۰ نمیتوان یافت که بر سه عدد ۹ و ۱۲ و ۱۵ قابل قسمت باشد پس ۱۸۰ عبارتست از کوچکترین مضرب مشترك سه عدد ۹ و ۱۲ و ۱۵

۱۴۴ - تعیین کوچکترین مضرب مشترك چند عدد

مثال - میخواهیم کوچکترین مضرب مشترك عددهای ۴۸ و ۱۸۰

و ۱۵۰ و ۵۶ را تعیین کنیم - بدواً این عدد هارا بحاصل ضرب سازه های اول تبدیل میکنیم چنین میشود :

$۴۸=۲^۴\times ۳ \quad ۱۸۰=۲^۲\times ۳^۲\times ۵ \quad ۱۵۰=۲\times ۳\times ۵^۲ \quad ۵۶=۲^۳\times ۷$

حال برای یافتن کوچکترین مضرب مشترک این عددها سازه های مشترک و غیره مشترک را با بزرگترین نما اختیار کرده در هم ضرب میکنیم مثلاً سازهٔ ۲ در هر چهار عدد مشترک است و بزرگترین نمای آن ۴ است پس $۲^۴$ را اختیار میکنیم - سازهٔ ۳ فقط در سه عدد نخستین موجود است و بزرگترین نمای آن ۲ است پس $۳^۲$ را نیز اختیار مینمائیم بهمین طریق سازه ۵ را با نمای ۲ و سازه ۷ را با نمای یک اختیار نموده این سازه ها را در هم ضرب میکنیم تا کوچکترین مضرب مشترک منظور بدست آید

$$۲^۴\times ۳^۲\times ۵^۲\times ۷=۲۵۲۰۰$$

این عدد بر هر یک از چهار عدد مفروض قبل قسمت بوده و علاوه کوچکترین عددی است که دارای این خصیت میباشد - با در نظر گرفتن قاعدهٔ تقسیم قوه ها میتوان خارج قسمت آن را بر هر یک از چهار عدد مفروض بدست آورد :

$۲^۴\times ۳^۲\times ۵^۲\times ۷:۲^۴\times ۳=۳\times ۵^۲\times ۷ \quad ۲^۴\times ۳^۲\times ۵^۲\times ۷:۲^۲\times ۳^۲\times ۵=۲^۲\times ۵\times ۷$

$۲^۴\times ۳^۲\times ۵^۲\times ۷:۲\times ۳\times ۵^۲=۲^۳\times ۳\times ۷ \quad ۲^۴\times ۳^۲\times ۵^۲\times ۷:۲^۳\times ۷=۲\times ۳^۲\times ۵^۲$

ویا $۲۵۲۰۰:۱۸۰=۱۴۰ \quad ۲۵۲۰۰:۴۸=۵۲۵$

$۲۵۲۰۰:۵۶=۴۵۰ \quad ۲۵۲۰۰:۱۵۰=۱۶۸$

قاعده - برای یافتن کوچکترین مضرب مشترک چند عدد بدواً آنها را بحاصل ضرب سازه های اول تبدیل نموده بعد سازه های مشترک و غیر مشترک را با بزرگترین نما اختیار نموده در هم ضرب میکنیم حاصل ضرب عبارتست از کوچکترین مضرب مشترک مطلوب

۱۳۵ . طرز یافتن بزرگترین عاد مشترک دو عدد با تقسیمات پیاپی ــ علاوه بر قاعدهٔ که در بالا برای یافتن بزرگترین عاد مشترک گفته شد میتوان بطریق آسانتری نیز بزرگترین عاد مشترک دو عدد را بدست آورد طرز عمل چنین است : عدد کوچکتر را در راست عدد بزرگتر نوشته آنها را با خطی قائم از هم جدا میکنیم سپس دو خط افقی ممتد بسمت راست در بالا و پائین آنها میکشیم بعد عدد بزرگتر را بر عدد کوچکتر قسمت کرده خارج قسمت را در بالای عدد کوچکتر و مانده را در زیر عدد بزرگتر مینویسیم ــ اگر مانده صفر نبود خطی قائم در راست عدد کوچکتر کشیده مانده را در راست آن نقل میکنیم و عدد کوچکتر را بر این مانده تقسیم میکنیم و خارج قسمت و ماندهٔ این تقسیم را چنانکه گفته شد مینویسیم ــ اگر باز هم ماندهٔ صفر نشد عمل را مانند پیش ادامه میدهیم تا بماندهٔ صفر برسیم ــ آخرین مقسوم علیه یعنی عددی که ماندهٔ تقسیم بر آن صفر شده عبارتست از بزرگترین عاد مشترک دو عدد مفروض

مثال ــ میخواهیم بزرگترین عاد مشترک دو عدد ۷۵۰ و ۵۴۰ را با قاعدهٔ تقسیمات پیاپی بیابیم ــ طرز عمل چنین است :

	۱	۲	۱	۱	۳
۷۵۰	۵۴۰	۲۱۰	۱۲۰	۹۰	۳۰
۲۱۰	۱۲۰	۹۰	۳۰	۰۰	

بدین ترتیب بزرگترین عاد مشترک دو عدد مفروض ۳۰ است

اگر بزرگترین عاد مشترک را بقاعدهٔ تجزیه بیابیم البته بهمین نتیجه میرسیم ــ تجزیهٔ دو عدد مفروض بسازه های اول بدین صورت است :

$$۷۵۰ = ۲ \times ۳ \times ۵^{۳} \qquad ۵۴۰ = ۲^{۲} \times ۳^{۳} \times ۵$$

بزرگترین عاد مشترک عبارتست از $۳۰ = ۵ \times ۳ \times ۲$ که همان نتیجهٔ سابق است .

١٣٦ - بزرگترین عاد مشترك چندین عدد - برای یافتن بزرگترین عادمشترك چندین عدد باقاعدهٔ تقسیمهای پیاپی نخست بین دوعدد ازآنها بزرگترین عاد مشترك تعیین میکنیم - بعد بین عدد سوم و این عدد بزرگترین عاد مشترك تعیین مینمائیم و عمل را بهمین ترتیب ادامه میدهیم تاتمام عدد های مفروض بکار روند - آخرین و بزرگترین عاد عبارتست از بزرگترین عاد مشترك بین همه عدد ها .

١٣٧ - طرز یافتن کوچکترین مضرب مشترك باتقسیمهای پیاپی

برای تعیین کوچکترین مضرب مشترك بین دوعدد بقاعده تقسیمهای پیاپی بدواً بزرگترین عاد مشترك بین دو عدد مفروض را تعیین نموده بعد یکی از آنها را براین عدد تقسیم و خارج قسمت را در عدد دیگر ضرب میکنیم نیز میتوان برای تعیین کوچکترین مضرب مشترك بین دو عدد حاصل ضرب آنها را بر بزرگترین عاد مشترك آنها تقسیم نمود

برای تعیین کوچکترین مضرب مشترك بین چندین عدد بدواً کوچکترین مضرب مشترك بین دوعدد از آنها را تعیین و بعد کوچکترین مضرب مشترك بین این عدد و عدد سوم را بدست میآوریم و عمل را بهمین طریق ادامه میدهیم تا همه عدد های مفروض بکار روند ذکر مثال بر عهدهٔ دانش آموزانست .

مسئله ها

مسئله ١٠٥ - تعیین کنید کدامیك ازعدد های زیرین اول میباشند :

٧٥٣ ٣٠٥١ ٤٣٢١ ٩٩٧ ٣٦٧٩ ٧٥١

٢٩٧٥ ٧٣٤٣ ٥٧٦١ ٢٠١١ ٩٧٧ ٨٩٣

٩٨٢٣ ٩٠٢١ ٥٣٠٩ ٢٦٧١ ١٩٨٣ ٩١٨٧

مسئله ١٠٦ - عدد های اول را از یك تا ٥٠٠ تعیین کنید

مسئله ١٠٧ - عددهای زیرین را بحاصل ضرب سازه‌های اول تبدیل کنید

٨٤٠٠ ٣٩٠٥ ٧٣٦٤ ٤٥٩٢ ٦٧٣ ٧٢٠٢

٣٩٤٧٦٠ ٨٤٣٢٨ ٢٩٢٣٦ ٧٥٠٠٦ ١٢٦٣٢ ٥٦٢٩٠

مسئله ١٠٨ - بین هر دسته ازعددهای زیرین بزرگترین عادمشترك وکوچکترین مضرب مشترك باقاعده تجزیه وقاعده تقسیمهای پیاپی تعیین کرده نتیجه ها را باهم بسنجید

(٤٢٨و٧٦و٣٥١و١٢٢) و (١٤و٤٢و٩١و٢٨) و (٧٥و٤٦و٣٥)

(٢٣٥٥و٣٦٠٠و٤٣٢٠و٦٣٦) و (٢٧٥و٧٥٢و٣٢٦)

(٩٨٥٤٨٠و٨٤٩٠١٢و٩٣٢٥٦٠و٧٠٨٤٠)

بخش هفتم

برخه

۱۳۸ - تعریف - چنانکه در دیباچه کتاب دیدیم برای اندازه گرفتن مقداری از هر چندی یکه ای طبیعی یا اختیاری از جنس خود آن چندی انتخاب کرده مقدار مفروض را با آن یکه میسنجند - ممکن است مقدار ما درست چند برابر یکهٔ انتخاب شده نبوده یا اصلا کوچکتر از آن یکه باشد - دراینصورت یکه را بچند جزء متساوی قسمت میکنیم و جزء کوچکتر از یکهٔ مقدار مفروض را با یکی از این اجزاء میسنجیم عددی را که نتیجه این سنجش است برخه خوانیم - از این تعریف معلوم میشود عدد های دهدهی نیز نوعی از برخه می باشند که در آن یکه را به ۱۰ یا ۱۰۰ یا ۱۰۰۰ یا ... جزء متساوی قسمت کرده ایم و از این جهة است که عدد های دهدهی را نیز گاهی برخهٔ دهدهی خوانند

مثال ۱ - میخواهیم مدت زمان واقع بین طلوع و غروب خورشید را در تهران روز اول دیماه تعیین کنیم یکه اختیاری سنجش زمان ساعت است ولی وقتی این مدت زمان را با ساعت میسنجیم می بینیم از ۹ ساعت بیشتر و از ۱۰ ساعت کمتر است - حال یکه را که ساعت است به ۶۰ جزء مساوی تقسیم کرده هر جزء را که یکهٔ برخه ای میباشد دقیقه میخوانیم - سپس جزء مساله مدت منظور را با دقیقه میسنجیم می بینیم آن جزء درست شامل ۳۸ یکهٔ برخه ای یعنی دقیقه است - پس گوئیم مدت زمان واقع بین طلوع و غروب خورشید در تهران روز اول دی

برابر ۹ ساعت و ۳۸ قسمت از ۶۰ قسمت یکساعت است - این جزء
کوچکتر از یکساعت را برخه ای از ساعت گویند

مثال ۳ - میخواهیم وزن یك هندوانه را با یکهٔ قانونی وزن یعنی
یك من (۳ کیلوگرم) بسنجیم - اگر وزن هندوانه درست برابر چندمن
نباشد باید من را بیك عده اجزای متساوی قسمت کرده وزن هندوانه
را با این اجزاء بسنجیم - پس من رابه ۴۰ جزء متساوی تقسیم کرده
هر جزء را که یکهٔ برخه ای میباشد یك سیر (۷۵ گرم) مینامیم
فرض کنیم وزن هندوانهٔ ما ۳۴ برابر وزن این یکه باشد گوئیم وزن
هندوانه ۳۴ سیر یا ۳۴ قسمت از ۴۰ قسمت یك من میباشد - این
جزء کوچکتر از یك من را برخه ای از من خوانند

۱۳۹ - برخه و عدد برخه ای - نتیجه‌سنجش مقدار کوچکتر
از یك را با یکی از اجزای یکه برخه خوانند - و نتیجه سنجش مقدار
بزرگتر از یك را که شامل جزئی کوچکتر از یك نیز باشد یعنی عددی را
که مرکب باشد از یك یا چندیکهٔ درست و یك یا چندیکهٔ برخه ای
آنرا عدد برخه ای یا برخه نما خوانند

مثلا در مثال اول ۹ ساعت و ۳۸ دقیقه عدد برخه ای و در مثال
اول ۲۸ سیر برخه میباشد -

۱۴۰ - نوشتن و خواندن برخه و عددهای برخه‌ای - برای
نوشتن برخه شمارهٔ تقسیمات یکه را در پائین و شمارهٔ یکه های برخه ای را
که در مقدار مفروض موجود است در بالای آن نوشته خطی افقی بین
آنها میکشیم

شمارهٔ تقسیمهای یکه را برخه نام و شمارهٔ یکه های برخه ای را

برخه شمار خواند — خط افقی که بین برخه شمار و برخه نام کشیده میشود بخط برخه ای موسومست

برای نوشتن عدد برخه ای قسمت درست را نوشته در راست آن جزء برخه ای را بقسمی مینویسیم که خط برخه ای مقابل قسمت درست قرار گیرد

مثلا عددی را که نمایش وزن هندوانه در مثال دوم است یعنی ۳٤ سیر راچنین مینویسیم ($\frac{٣٤}{٤٠}$ من) وعددی را که نمایش مدت زمان نامبرده در مثال اول است یعنی ۹ ساعت و ۳۸ دقیقه را چنین مینویسیم $٩\frac{٣٧}{٦٠}$ ساعت

برای خواندن برخه بدوا برخه شمار و بعد برخه نام را در پی آن خوانده ودرآخر آن لفظ (ام) را میافزائیم — وبرای خواندن عدد برخه ای ابتدا قسمت درست و بعد جزء برخه ای را چنانکه گفته شد میخوانیم

مثلا برخهٔ $\frac{٣٤}{٤٠}$ خوانده میشود سی و چهار چهلم و عدد برخه ای $٩\frac{٣٨}{٦٠}$ خوانده میشود نه عدد درست و سی و هشت شصتم

۱۴۱ - اقسام برخه - مثال — فرض کنیم قطعه سنگی را وزن کرده ایم و وزن آن برابر یک من و ۱۷ سیر یا $١\frac{١٧}{٤٠}$ من باشد — چون یک من ٤٠ سیر است وزن این سنگ ۵۷ = ۱۷ + ٤٠ سیر است — پس این وزن را که عددی است برخه ای بصورت برخه یعنی $\frac{٥٧}{٤٠}$ نیز میتوان نوشت — این برخه را برخهٔ بزرگتر از یک خوانیم

اگر وزن سنگ درست یک من بود میتوانستیم بگوئیم وزن آن ٤٠ سیر یا $\frac{٤٠}{٤٠}$ من است — این برخه را برخهٔ مساوی یک خوانیم و اگر وزن سنگ ۱۸ سیر بود آن را بصورت $\frac{١٨}{٤٠}$ مینوشتیم — این برخه را

برخهٔ کوچکتر از یک خوانیم - پس برخه بر سه نوع است

۱ - اگر برخه شمار بزرگتر از برخه نام است برخه بزرگتر از یک است مانند $\frac{۵۷}{۴۰}$

۲ - اگر برخه‌شمار برابر برخه نام است برخه برابر یک است مانند $\frac{۴۰}{۴۰}$

۳ - اگر برخه شمار کوچکتر از برخه نام است برخه کوچکتر از یک است مانند $\frac{۱۸}{۴۰}$

۱۴۲ - رفع - جدا کردن قسمت درست را از قسمت برخه ای در برخهٔ بزرگتر از یک رفع گویند - پس بوسیله رفع میتوان برخهٔ بزرگتر از یک را بصورت عدد برخه ای در آورد -

قاعده - برای رفع برخهٔ بزرگتر از یک برخه شمار آن را بر برخه نامش قسمت میکنیم خارج قسمت این تقسیم عبارتست از قسمت درست این عدد برخه ای - برخه شمار قسمت برخه ای ماندهٔ این تقسیم و برخه نامش همان برخه نام سابق یعنی مقسوم علیه است - اگر مانده تقسیم صفر بود برخهٔ ما برابر یک عدد درست است

مثال ۱ - میخواهیم برخهٔ $\frac{۱۷}{۵}$ را رفع کنیم - خارج قسمت تقسیم ۱۷ بر ۵ برابر ۳ و ماندهٔ آن ۲ است - پس مطابق آنچه گفته شد چنین داریم : $\frac{۱۷}{۵} = ۳\frac{۲}{۵}$

مثال ۲ - میخواهیم برخهٔ $\frac{۴۲}{۶}$ را رفع کنیم - خارج قسمت تقسیم ۴۲ بر ۶ برابر ۷ و ماندهٔ آن صفر است - پس بنا بر آنچه گفته شد چنین داریم : $۷ = \frac{۴۲}{۶}$ و برخهٔ ما برابر یک عدد درست است

۱۴۳ - تجنیس - داخل کردن جزء درست عدد برخه ای را در جزء برخه ای آن تجنیس خوانیم - همچنین نمایش عددی درست را بصورت برخه ای که برخه نام آن مفروض باشد نیز تجنیس نامیم

قاعده - برای تجنیس عدد برخه‌ای قسمت درست آن را دربرخه نام قسمت برخه‌ای ضرب کرده با برخه شمار جمع وحاصل را برخه شمار قرار میدهیم و برخه نام‌همان برخه نام سابق خواهد بود ـ همچنین برای آنکه عددی درست را از جنس برخه ای که برخه نام آن معلوم است بنمائیم عدد درست را دربرخه نام مفروض ضرب کرده حاصل ضرب را برخه شمار قرار میدهیم و برخه نام همان برخه نام مفروض خواهدبود

مثال ۱ - میخواهیم برخه $۵\frac{۲}{۹}$ را تجنیس کنیم ۴۵ = ۹ × ۵

حال ۴۵ را با برخه شمار جمع میکنیم می‌شود ۵۲ = ۷ + ۴۵ پس چنین داریم $\frac{۵۲}{۹} = ۵\frac{۲}{۹}$

مثال ۲ - میخواهیم عدد درست ۶ را از جنس برخهٔ $\frac{}{۱۷}$ کنیم عدد ۶ را در برخه نام ضرب می کنیم میشود: ۱۰۲ = ۱۷ × ۶

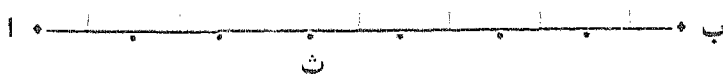
پس چنین داریم $\frac{۱۰۲}{۱۷} = ۶$

۱ ـ خواص برخه ها

۱۴۴ - ضرب برخه شمارو برخه نام دریک عدد ـ مثلاً قطعه خط ا ب مفروض است میخواهیم $\frac{۳}{۷}$ آنرا تعیین کنیم چنانکه میدانیم باید این قطعه خط را به ۷ جزء متساوی قسمت نموده ۳ جزء از این ۷ جزء را اختیار کنیم بدین ترتیب قطعه خط ا ث بدست خواهدآمد ـ چون برخه شمار و برخه نام برخهٔ مفروض را در ۲ ضرب کنیم میشود $\frac{۶}{۱۴}$ حال $\frac{۶}{۱۴}$ همین قطعه خط را معین میکنیم

برای اینکار قطعه خط ا ب را به ۱۴ قسمت متساوی تقسیم می کنیم

ب ـــــــــــــــ ا

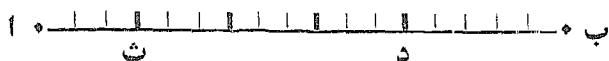
ث

یعنی هر یک از اجزای هفت گانه سابق را به ۲ قسمت می نمائیم ــ حال باید ٦ قسمت از این ١٤ قسمت را اختیار نموده ــ چنانکه میبنیم ٦ قسمت از ١٤ قسمت برابر ۳ قسمت از ۷ قسمت است ــ پس قطعه خطی که درازای آن برابر $\frac{٦}{١٤}$ قطعه خط ا ب است همان ا ث میباشد

۱۴۵ ـ اصل ۱ ـ هر گاه برخه شمار و برخه نام برخه ای را در عددی ضرب نمائیم در مقدار برخه تغییری حاصل نمیشود

۱۴٦ ـ تقسیم برخه شمار و برخه نام بر یک عدد ـ چنانکه در مثال پیش دیدیم برخهٔ $\frac{۳}{۷}$ برابر برخه $\frac{٦}{١٤}$ است ــ پس اگر برخهٔ $\frac{٦}{١٤}$ مفروض باشد با تقسیم برخه شمار و برخه نام آن بر ۲ در مقدار آن تغییری حاصل نمیگردد

۱۴۷ ـ اصل ۲ ـ هر گاه برخه شمار و برخه نام برخه ای را بر عددی قسمت نمائیم در مقدار برخه تغییری حاصل نمی شود.

ضرب برخه شمار برخه در یک عدد ـ مثال ـ برخه $\frac{۳}{۱۷}$ مفروض است میخواهیم بدانیم اگر برخه شمار این برخه را مثلاً در ٤ ضرب کنیم یعنی اگر برخه $\frac{۱۲}{۱۷}$ را درنظر گیریم در مقدار برخهٔ $\frac{۳}{۱۷}$ چه تغییری حاصل میگردد ــ باز قطعه خطی مانند ا ب اختیار نموده انرا به ۱۷ قسمت میکنیم و ۳ قسمت از این ۱۷ قسمت را اختیار می کنیم قطعه خط ا ث بدست میآید واضح است اگر بخواهیم برخهٔ $\frac{۱۲}{۱۷}$ را نمایش دهیم باید ۱۲ قسمت از ۱۷ قسمت ا ب را اختیار نمود ــ بدین ترتیب قطعه خط ا د بدست میآید ــ ولی از روی شکل واضح است که درازای قطعه خط ا د چهار برابر درازای قطعه خط ا ث است ــ پس با ضرب برخه شمار برخه در عدد ٤ مقدار برخه چهار برابر شده

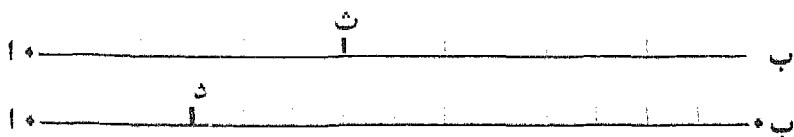
ا ـ ث ـ د ـ ب

۱۴۸ - اصل ۳ - اگر برخه شمار برخه ای را در عددی ضرب کنیم برخه در آن عدد ضرب میگردد

۱۴۹ - تقسیم برخه شمار برخه بر یك عدد - چنانکه دیدیم برخه $\frac{۱۲}{۱۷}$ چهار برابر برخهٔ $\frac{۳}{۱۷}$ است - پس اگر برخهٔ $\frac{۱۲}{۱۷}$ مفروض باشد وبرخه شمار آن را بر ٤ قسمت کنیم برخهٔ $\frac{۳}{۱۷}$ که یك چهارم آن است بدست میآیدیعنی باتقسیم برخه شمار برخه بر ٤ برخهٔ مفروض چهار برابر کوچکتر شده

۱۵۰ - اصل ۴ - اگر برخه شمار برخه ای را بر عددی قسمت کنیم برخه بر آن عدد تقسیم میگردد

۱۵۱ - ضرب برخه نام برخه در یك عدد - مثال - برخه $\frac{۳}{۷}$ مفروض است میخواهیم بدانیم اگر برخه نام آنرا مثلا در عدد ۲ ضرب کنیم درمقدار برخه چه تغییری حاصل میشود - باز برای نمایش برخه $\frac{۳}{۷}$ قطعه خط ا ب را اختیار کرده آنرا بر ۷ قسمت متساوی تقسیم نموده ۳ قسمت از این ۷ قسمت را اختیار مینمائیم - قطعه خط ا ث بدست میآید .

ا ——— ث ——— ب

ا ——— د ——— ب

اگر برخه نام برخه را در ۲ ضرب کنیم برخهٔ $\frac{۳}{۱٤}$ بدست میآید - برای نمایش آن باید قطعه‌خط ا ب را به ١٤ قسمت کرده ۳ قسمت از آن را اختیار نمائیم قطعه خط ا د بدست میآید ولی واضح است هریك از این اجزای اخیر نصف هریك ازاجزای هفتگانه پیش است - پس اگر ۳ قسمت از

این ۱۴ قسمت را بگیریم درازای قطعه خطی که بدست میآید نصف درازای قطعه خطی است که از ۳ قسمت تقسیمات ۷ گانه حاصل شده یعنی در ازای ا د نصف درازای ا ث است

۱۵۲ - اصل ۵ - هرگاه برخه نام برخه ای را درعددی ضرب کنیم برخه بر آن عدد تقسیم میگردد

۱۵۳ - تقسیم برخه نام برخه بر یك عدد - چنانکه دیدیم برخهٔ $\frac{۳}{۱۴}$ نصف برخهٔ $\frac{۳}{۷}$ میباشد یعنی اگر برخهٔ $\frac{۳}{۱۴}$ مفروض باشد وبرخه نام آنرا بر ۲ قسمت کنیم برخه دو برابر میگردد

۱۵۴ - اصل ۶ - اگر برخه نام برخه ای را بر عددی تقسیم کنیم برخه در آن عدد ضرب میگردد

۱۵۵ - اصل کلی - بطور خلاصه میتوان گفت که اگر برخه‌شمار برخه ای را در عددی ضرب ویا برخه نام برخه ای را بر عددی تقسیم کنیم برخه در آن عدد ضرب میگردد وبالعکس اگر برخه شمار برخه ای را بر عددی تقسیم و یا برخه نام برخه ای را در عددی ضرب کنیم برخه بر آن عدد تقسیم میگردد

۱۵۶ - ساده کردن برخه - مقصود از ساده کردن برخه عبارتست از تبدیل برخهٔ مفروض ببرخهٔ دیگر که از حیث مقدار برابر آن ولی برخه شمار و برخه نام آن کوچکتر از برخه شمار و برخه نام برخهٔ مفروض باشند - برای اجرای این عمل اصل ۲ را بکار میبریم یعنی برخه شمار وبرخه نام برخه را بریك عدد تقسیم مینمائیم

مثال - برخهٔ $\frac{۷۵}{۹۰}$ مفروض است میخواهیم آن را ساده کنیم - چون برخه شمار و برخه نام هر دو بر عدد ۳ قابل قسمت میباشند با تقسیم برخه شمار و برخه نام بر ۳ برخهٔ ما بصورت $\frac{۲۵}{۳۰}$ در میآید چنانکه دیده

میشود این برخه برابر برخهٔ مفروض ولی برخه شمار وبرخه نام آن کوچکتر از برخه شمار وبرخه نام برخهٔ مفروض هستند

۱۵۷ - ساده ترین صورت برخه - منظور از بدست آوردن ساده ترین صورت یك برخه عبارتست از تحویل برخهٔ مفروض ببرخهٔ دیگری که از حیث مقدار برابر آن ولی بین برخه شمار و برخه آن سازهٔ مشترکی جزیك وجود نداشته باشد یعنی برخه شمار وبرخه نام آن نسبت بیکدیگر اول باشند - واضح است که در این حال دیگر نمیتوان برخه شمار و برخه نام را بر عددی تقسیم نمود یعنی برخه بساده ترین صورت خود تحویل شده

مثال - دیدیم برخهٔ $\frac{٧٥}{٩٠}$ را میتوان بصورت $\frac{٢٥}{٣٠}$ ساده کرد ولی میتوان برخه شمار وبرخه نام این برخه اخیر رابه ٥ تقسیم نمود برخهٔ $\frac{٥}{٦}$ بدست میآید که باز برابر $\frac{٧٥}{٩٠}$ خواهد بود - ولی چون دیگر سازهٔ مشترکی بین برخه شمار و برخه نام این برخه یعنی بین ٥ و ٦ وجود ندارد برخهٔ $\frac{٥}{٦}$ ساده ترین صورت برخهٔ $\frac{٧٥}{٩٠}$ خواهد بود

۱۵۸ - قاعده - برای تحویل یك برخه بساده ترین صورت خود برخه شمار و برخه نام آن را پی در پی بسازه های مشترکشان قسمت میکنیم تادیگر سازهٔ مشترکی جزیك نداشته باشند - نیز میتوان برخه شمار وبرخه نام را بربزرگترین عددمشترکشان قسمت نمود - برخه بساده ترین صورت خود تحویل میگردد

۱۵۹ - مقایسهٔ دو برخه بابرخه نام مساوی - مثال - میخواهیم دوبرخهٔ $\frac{٧}{١٥}$ و $\frac{١١}{١٥}$ را که دارای برخه نامهای مساوی میباشند با یکدیگر مقایسه نمائیم - قطعه خط اب را گرفته آنرا به ١٥ قسمت مساوی تقسیم مینمائیم - یکمرتبه ٧ قسمت ومرتبهٔ دیگر ١١ قسمت آنرا اختیار

مینمائیم دو قطعه خط ا ث و ا د بدست میآیند - چنانکه دیده میشود قطعه‌خط ا ث که نمایش برخهٔ $\frac{7}{15}$ است‌از قطعه خط ا د که نمایش برخه $\frac{11}{15}$ است کوچکتر میباشد - پس :

از دو برخه که دارای برخه نامهای برابر باشند آن برخه‌ای که برخه شمارش بزرگتر است بزرگتر میباشد

۱۶۰ - مقایسه‌دو برخه‌بابرخه شمار مساوی - مثال - میخواهیم دو برخهٔ $\frac{5}{9}$ و $\frac{5}{7}$ را با یکدیگر مقایسه نمائیم - دو خط ا ب و **ا ب** مساوی و بموازات یکدیگر نزدیك هم رسم میکنیم - برای نمایش برخهٔ $\frac{5}{9}$ قطعه خط ا ب را به ۹ قسمت کرده ۵ قسمت آنرا اختیار میکنیم قطعه خط ا ث بدست میآید

و برای نمایش برخهٔ $\frac{5}{7}$ قطعه خط **ا ب** را به ۷ قسمت متساوی تقسیم کرده ۵ قسمت آنرا اختیار میکنیم قطعه خط **ا ث** بدست میآید از روی شکل دیده میشود **ا ث** بزرگتر از ا ث است - از طرف دیگر واضح است که چون هر یك از تقسیمات خط ا ب از هر یك از تقسیمات **ا ب** کوچکتر است ۵ جزء از تقسیمات ا ب (یعنی ا ث)نیز کوچکتر است از ۵ جزء از تقسیمات خط **ا ب** (یعنی **ا ث**) - پس :

از دو برخه که دارای برخه شمار های برابر باشند آن برخه ای که برخه نامش بزرگتر است کوچکتر میباشد -

میشود $\frac{۲۰}{۲٤}$ ـ بهمین ترتیب اگر در برخهٔ $\frac{۷}{۱۲}$ بجای ۱۲ برخه نام را ۲٤ قرار دهیم که دو برابر ۱۲ است باید برخه شمار را نیز در ۲ ضرب نمود تا مقدار برخه تغییر ننماید میشود $\frac{۱٤}{۲٤}$ و بالاخره اگر در برخهٔ $\frac{۳}{۸}$ بجای ۸ برخه نام را ۲٤ قرار دهیم که ۳ برابر ۸ است باید برخه شمار را نیز در ۳ ضرب کرد تا مقدار برخه تغییر ننماید و میشود $\frac{۹}{۲٤}$ پس :

$$\frac{۵}{٦}=\frac{۲۰}{۲٤} \qquad \frac{۷}{۱۲}=\frac{۱٤}{۲٤} \qquad \frac{۳}{۸}=\frac{۹}{۲٤}$$

بدین ترتیب سه برخه بدست آمده که دارای کوچکترین برخه نام مشترك میباشند

۱٦٤ - قاعده ـ برای تحویل چندین برخه بکوچکترین برخه نام مشترك بدواً در صورت لزوم این برخه ها را بساده ترین صورت خود تحویل میکنیم سپس کوچکترین مضرب مشترك بین برخه نامها تعیین مینمایم - این عدد کوچکترین برخه نام مشترك مطلوبست ـ برای تعیین برخه شمار ها این عدد را بر هر یك از برخه نامها تقسیم نموده خارج قسمت را در برخه شمار آن برخه ضرب نموده حاصل ضرب را برخه شمار قرار میدهیم

تبصره ـ اگر در مثال بالا میخواستیم برحه ها را بیك برخه نام تحویل کنیم بنا بقاعدهٔ که گفته شد برخه نام مشترك $۸ \times ۱۲ \times ٦ = ۵۷٦$ میگردید و واضح است محاسبه در برخه هائی که برخه نامشان ۲٤ است خیلی آسانتر از محاسبه دربرخه هائی است که برخه نامشان ۵۷٦ باشد

۱٦۵ - ملاحظه - هر گاه بر برخه شمار و برخه نام برخه ای که مساوی یك نباشد یك عدد اضافه کنیم در مقدار برخه تغییر حاصل میشود ـ بدینطریق که اگر برخه کوچکتر از یك است مقدار آن بزرگ

میشود و اگر برخه از یك بزرگتر است مقدار آن کوچك میگردد

مثال ۱ - برخهٔ $\frac{۳}{۷}$ مفروض است بر برخه شمار و برخه نام آن ۲ میافزائیم میشود $\frac{۵}{۹}$ اما میدانیم برخهٔ $\frac{۳}{۷}$ بقدر $\frac{۴}{۷}$ از یك کوچکتر است و برخهٔ $\frac{۵}{۹}$ بقدر $\frac{۴}{۹}$ از یك کوچکتر میباشد و واضح است که چون $\frac{۴}{۷}$ از $\frac{۴}{۹}$ بزرگتر است پس $\frac{۳}{۷}$ از $\frac{۵}{۹}$ کوچکتر میباشد یعنی با اضافه کردن ۲ بر برخه شمار و برخه نام برخهٔ مفروض مقدار آن بزرگتر گشته زیرا بیك نزدیکتر شده است

مثال ۲ - برخهٔ $\frac{۹}{۷}$ مفروض است بر برخه شمار و برخه نام آن ۲ میافزائیم میشود $\frac{۱۱}{۹}$ - میدانیم برخهٔ $\frac{۹}{۷}$ باندازهٔ $\frac{۲}{۷}$ از یك بزرگتر است و برخهٔ $\frac{۱۱}{۹}$ باندازهٔ $\frac{۲}{۹}$ از یك بزرگتر است و چون $\frac{۲}{۹}$ از $\frac{۲}{۷}$ کوچکتر است پس $\frac{۹}{۷}$ از $\frac{۱۱}{۹}$ بزرگتر میباشد یعنی به افزودن ۲ بر برخه شمار و برخه نام برخهٔ مفروض مقدار آن کوچکتر شده زیرا بیك نزدیکتر گردیده

مثال ۳ - برخه برابر یك $\frac{۷}{۷}$ را در نظر گیریم اگر بر برخه شمار و برخه نام آن ۲ بیفزائیم میشود $\frac{۹}{۹}$ که باز برابر یك است

۱۶۶ - نتیجه - بهمین ترتیب دیده میشود که اگر از برخه شمار و برخه نام برخهٔ کوچکتر از یك عددی تفریق کنیم برخه کوچکتر میشود و اگر از برخه شمار و برخه نام برخهٔ بزرگتر از یك عددی کم کنیم برخه بزرگتر میگردد و بالاخره اگر از برخه شمار و برخه نام برخه برابر با یك عددی کم کنیم در مقدار برخه تغییری حاصل نمیشود

اعمال چهارگانه در برخه ها

۱ - جمع برخه ها

۱۶۷ - حالتهای مختلف - در جمع دو یا چندین برخه ممکن است دو حالت اتفاق افتد : ۱ - تمام برخه هائی را که میخواهیم با یکدیگر جمع کنیم دارای برخه نام مساوی میباشند ۲ - برخه‌هائی را که میخواهیم با هم جمع کنیم دارای برخه نامهای مساوی نمیباشند

۱۶۸ - حالت ۱ - قاعده - برای بدست آوردن حاصل جمع چندین برخه که دارای یك برخه نام مشترك میباشند برخه نام مشترك را برخه نام و حاصل جمع برخه شمار ها را برخه شمار قرار میدهیم - اگر بعضی از برخه های جمع کردنی دارای جزء درست باشند آنها را نیز با هم جمع نموده جزء درست مجموع قرار میدهیم -

مثال - میخواهیم عدد های برخه ای $۳\frac{۶}{۱۵}$ و $۲\frac{۳}{۱۵}$ و $۹\frac{۷}{۱۵}$ و $\frac{۴}{۱۵}$ را با هم جمع کنیم - صورت عمل چنین است :

$$۳\frac{۶}{۱۵}+۲\frac{۳}{۱۵}+\frac{۴}{۱۵}+۹\frac{۷}{۱۵}=(۳+۲+۹)+\frac{۶+۳+۴+۷}{۱۵}=۱۴\frac{۲۰}{۱۵}=۱۵\frac{۱}{۳}$$

تبصره مهم - همواره باید دانش آموزان را عادت داد پس از بدست آوردن نتیجه عملهای برخه ای حاصل را بساده ترین صورت خود تحویل نمایند

تبصره - اگر بخواهیم یك یا چندین عدد درست را با چندین برخه که دارای یك برخه نام مشترك میباشند جمع کنیم مجموع آنها را بر جزء درست حاصل جمع (که ممکن است صفر باشد) اضافه میکنیم

۱۶۹ - حالت ۲ - قاعده - اگر برخه های جمع کردنی دارای یك

برخه نام مشترک نباشند بدواً چنانکه گفته شد آنها را تبدیل ببرخه‌هائی میکنیم که دارای برخه نام مشترک (یا کوچکترین برخه نام مشترک) باشند وسپس برخه های جدیدرا مانند حالت پیش باهم جمع میکنیم —

مثال - میخواهیم برخه هــای $۴\frac{۷}{۱۲}$ و $۵\frac{۳}{۱۵}$ و $۱\frac{۷}{۲۰}$ و $\frac{۲}{۷}$ و عدد درست ۱۲ را باهم جمع کنیم — کوچکترین مضرب مشترک بین عدد های ۱۲ و ۱۵ و ۲۰ و ۷ عبارتست از ۴۲۰ پس کوچکترین برخه نام مشترک نیز همین عدد است و برخه های بــالا بترتیب ببرخه های زیر تبدیل میگردند : $۴\frac{۲۴۵}{۴۲۰}$ و $۵\frac{۸۴}{۴۲۰}$ و $۱\frac{۱۴۱}{۴۲۰}$ و $\frac{۱۲۰}{۴۲۰}$ پس :

$$۴\frac{۷}{۱۲}+۵\frac{۳}{۱۵}+۱\frac{۷}{۲۰}+\frac{۲}{۷}+۱۲=۴\frac{۲۴۵}{۴۲۰}+۵\frac{۸۴}{۴۲۰}+۱\frac{۱۴۱}{۴۲۰}+\frac{۱۲۰}{۴۲۰}+۱۲$$

$$=(۴+۵+۱+۱۲)+\frac{۲۴۵+۸۴+۱۴۱+۱۲۰}{۴۲۰}=۲۲\frac{۵۹۰}{۴۲۰}=۲۲\frac{۵۹}{۴۲}=۲۳\frac{۱۷}{۴۲}$$

تبصره مهم — جز در مواردی که در جمع یا تفریق برخه ها برخه نامها برابر باشند بهتر است همیشه پیش از اجرای عمل حسابی در برخه ها آنها را بساده ترین صورت خود تحویل نمائید .

۳ — تفریق برخه ها

۱۷۰ - حالتهای مختلف — در تفریق برخه ای از برخهٔ دیگر دو حالت ممکن است اتفاق افتد ۱ — مفروق ومفروق منه هر دو دارای برخه نام مشترک میباشند ۲ — مفروق ومفروق منه دارای برخه نامهای مشترک نمی باشند

۱۷۱ - حالت ۱ - قاعده — برای تفریق برخه ای از برخهٔ دیگر که دارای همین برخه نام باشند برخه نام مشترک را نوشته برخه شمار

برخهٔ مفروق را از برخه شمار برخهٔ مفروق منه کم نموده مانده را برخه شمار آن قرار میدهیم -

اگر مفروق و مفروق منه دارای جزء درستی نیز باشند جزء درست مفروق را نیز از جزء درست مفروق منه کم میکنیم مانده عبارت خواهد بود از جزء درست ماندهٔ تفریق منظور

مثال - میخواهیم برخهٔ $۲\frac{۲}{۱۵}$ را از برخهٔ $۶\frac{۷}{۱۵}$ کم کنیم - صورت عمل چنین است :

$$۶\frac{۷}{۱۵}-۲\frac{۲}{۱۵}=(۶-۲)+\frac{۷-۲}{۱۵}=٤\frac{۵}{۱۵}=٤\frac{۱}{۳}$$

تبصره - اگر برخه شمار برخهٔ مفروق منه از برخه شمار برخهٔ مفروق کوچکتر باشد یك یا چندیکه از جزء درست مفروق منه را با قسمت برخه ای تجنیس میکنیم تا تفریق ممکن گردد

مثال - میخواهیم برخهٔ $۳\frac{۶}{۷}$ را از برخهٔ $۸\frac{۲}{۷}$ تفریق کنیم - چون برخه شمار برخهٔ مفروق منه از برخه شمار برخهٔ مفروق کوچکتر است یك یکه از ۸ یکهٔ درست مفروق منه را با برخهٔ $\frac{۲}{۷}$ تجنیس میکنیم میشود $۷\frac{۹}{۷}$ - سپس صورت عمل چنین است:

$$۸\frac{۲}{۷}-۳\frac{۶}{۷}=۷\frac{۹}{۷}-۳\frac{۶}{۷}=٤\frac{۳}{۷}$$

۱۷۳ - حالت ۳ - قاعده - اگر برخه نامهای مفروق و مفروق منه مشترك نباشند بدواً آنها را به برخه نام مشترك یا کوچکترین برخه نام مشترك تحویل میکنیم سپس چنانکه در بالا گفته شد عمل تفریق را انجام میدهیم -

وقتی هر دو سازهٔ ضرب برخه ای باشند بدواً اگر سازه ها دارای جزء درست باشند آنرا باجزء برخه ای تجنیس میکنیم ــ سپس در برخه هائی که بدین طریق بدست آمده برخه شمار ها را در یکدیگر و برخه نامها را نیز در یکدیگر ضرب میکنیم ــ باین ترتیب برخه شمار و برخه نام برخهٔ حاصل ضرب بدست میآید ــ

مثال - میخواهیم دو عدد برخه ای $۳\frac{۷}{۲۵}$ و $۴\frac{۳}{۱۲}$ را در هم ضرب کنیم ــ صورت عمل چنین است :

$$۳\frac{۷}{۲۵} \times ۴\frac{۳}{۱۲} = ۳\frac{۷}{۲۵} \times ۴\frac{۱}{۴} = \frac{۸۲}{۲۵} \times \frac{۱۷}{۴} = \frac{۱۳۹۴}{۱۰۰} = ۱۳\frac{۲۲}{۲۵}$$

۴ ــ تقسیم برخه ها

۱۷۶ - حالتهای مختلف ــ در تقسیم برخه ها سه حالت تشخیص داده میشود : ۱ ــ تقسیم برخه بر عدد درست ۲ ــ تقسیم عدد درست بر برخه ۳ ــ تقسیم برخه بربرخه

تبصره - در هر یك از سه حالت تقسیم برخه ها اگر مقسوم یا مقسوم علیه یا هر دو دارای جزء درستی باشند لازمست بدواً آنها را با جزء برخه‌ای تجنیس نمود.

۱۷۷ - حالت ۱ - قاعده ــ خارج قسمت تقسیم برخه بر عدد درست عبارتست از برخه ای که برخه شمار آن برخه شمار برخهٔ مقسوم و برخه نام آن حاصل ضرب برخه نام برخه مقسوم باشد در مقسوم‌علیه ــ بعبارة ساده تر برای تقسیم برخه بر عدد درست باید عدد درست را در برخه نام برخهٔ مفروض ضرب نمود ــ

اگر برخه شمار برخه مقسوم بر مقسوم علیه قابل قسمت باشد

میتوان آن برخه شمار را بر عدد درست مفروض قسمت کرد

مثال - میخواهیم برخهٔ $5\frac{5}{14}$ را بر ۱۵ قسمت کنیم — پس از تجنیس مقسوم بصورت $\frac{75}{14}$ در میآید و صورت عمل چنین است :

$$\frac{75}{14} : 15 = \frac{75}{14 \times 15} = \frac{75}{210} = \frac{5}{14}$$

میتوان نیز برخه شمار برخهٔ $\frac{75}{14}$ را بر ۱۵ قسمت نمود چنین خواهیم داشت : $\frac{75}{14} : 15 = \frac{75 : 15}{14} = \frac{5}{14}$

چنانه دیده میشود دو نتیجه یکی است

۱۷۸ - حالت ۳ - قاعده - برای تقسیم عدد درست بر برخه بدواً جای برخه شمار و برخه نام برخهٔ مقسوم علیه را عوض نمودیعنی مقسوم علیه را معکوس * میکنیم سپس مقسوم را در برخه ای که بدین ترتیب بدست میآید ضرب میکنیم — بعبارهٔ دیگر مقسوم را درعکس برخهٔ مقسوم علیه ضرب مینمائیم —

مثال — میخواهیم عدد ۲۷ را بر برخهٔ $2\frac{5}{9}$ تقسیم کنیم بدواً جزء درست مقسوم علیه را تجنیس میکنیم میشود :

$2\frac{5}{9} = \frac{(2 \times 9) + 5}{9} = \frac{23}{9}$ سپس طبق قاعده ای که گفته شد رفتار میکنیم صورت عمل چنین است :

---

* دو عدد را عکس یکدیگر گویند وقتی حاصل ضرب آنها برابر یک باشد مثلاًدو برخهٔ $\frac{3}{5}$ و $\frac{5}{3}$ عکس یکدیگر میباشند زیرا $\frac{3}{5} \times \frac{5}{3} = \frac{15}{15} = 1$ پس برای بدست آوردن عکس عددی کافیست یک را بر آن عدد تقسیم کنیم — برای تعیین عکس یک برخه جای برخه شمار و برخه نام آن را عوض میکنیم — عکس هر عدد درست عبارتست از برخه که برخه شمارش یک و برخه نامش عدد مفروض باشد — مثلاً عکس عدد ۷ برخهٔ $\frac{1}{7}$ است زیرا $7 \times \frac{1}{7} = \frac{7}{7} = 1$

$$۲۷ : ۲\frac{۵}{۹} = ۲۷ : \frac{۲۳}{۹} = ۲۷ \times \frac{۹}{۲۳} = \frac{۲۷\times۹}{۲۳} = \frac{۲۴۳}{۲۳} = ۱۰\frac{۱۳}{۲۳}$$

۱۷۹ - حالت ۳ - قاعده - برای بدست آوردن خارج قسمت تقسیم یك برخه بر برخهٔ دیگر برخهٔ مقسوم را در عکس برخهٔ مقسوم علیه ضرب مینمائیم —

مثال - میخواهیم عدد برخه ای $۲\frac{۳}{۸}$ را بر عدد برخه ای $۵\frac{۶}{۱۱}$ تقسیم کنیم صورت عمل چنین است :

$$۲\frac{۳}{۸} : ۵\frac{۶}{۱۱} = \frac{(۲\times۸)+۳}{۸} : \frac{(۵\times۱۱)+۶}{۸} = \frac{۱۹}{۸} : \frac{۶۱}{۱۱} = \frac{۱۹}{۸} \times \frac{۱۱}{۶۱} = \frac{۲۰۹}{۴۸۸}$$

مسئله های عملی برخه

مسئله ۱ — عمل های زیرین را انجام دهید :

$$\frac{۱۴}{۲۷} + \frac{۱۷}{۳۶} + \frac{۹}{۱۲} \quad \text{و} \quad \frac{۱۷۵}{۹۷} + ۲\frac{۴۰}{۲۳} + ۷\frac{۱۲}{۵} + ۱۸\frac{۳۶}{۷۱}$$

$$۸\frac{۱۷}{۲۶} + ۴\frac{۹}{۱۸} + ۷\frac{۴۳}{۲۹} + ۱۸ + ۱۹\frac{۲}{۳۶} \quad \text{و} \quad ۱۷\frac{۳۲}{۱۶} + ۴\frac{۲۶}{۹۱} + ۸ + ۲\frac{۹}{۱۱} + ۹ + ۲\frac{۷}{۲۷}$$

$$۱۱\frac{۴۱}{۵۱} + ۸\frac{۳}{۹} + ۴ + ۱۳\frac{۱}{۶} + ۱۷۵ + ۲\frac{۸}{۹} + ۱۲\frac{۷۲۰}{۳۶۰}$$

مسئله ۲ — عمل های زیرین را انجام دهید :

$$۳\frac{۴۵}{۳۶} - ۲\frac{۷}{۱۱} \qquad \text{و} \; ۸\frac{۳}{۷} - ۷\frac{۹}{۱۱} \quad \text{و} \quad ۱۴\frac{۳۶}{۱۲} - ۹\frac{۴}{۱۵} \quad \text{و} \quad ۹\frac{۷۱}{۱۱} - ۱۲\frac{۴}{۱۵}$$

$$۸\frac{۱۰۱}{۱۲} - ۱۳\frac{۹}{۱۱} \; \text{و} \; ۵\frac{۲۵۳}{۲۷} - ۹\frac{۱۷}{۴۳}$$

مسئله ۳ — عمل های زیرین را انجام دهید :

$$۱۴ \times ۷\frac{۲}{۱۶} \; \text{و} \; ۱۳ \times ۹\frac{۱۲}{۲۵} \quad \text{و} \quad \frac{۲}{۸} \times ۷\frac{۳}{۴} \quad \text{و} \quad \frac{۹}{۴} \times ۸\frac{۱۷}{۲۱} \quad ۷\frac{۳}{۶} \times ۹\frac{۴}{۵}$$

$$۸\frac{۱۷}{۲۲} \times ۹\frac{۹۳}{۴۱} \quad \text{و} \quad ۱\frac{۲}{۷} \times ۲\frac{۴}{۵} \times ۶ \qquad ۹\frac{۲}{۱۱} \times ۷ \times ۱۸\frac{۳}{۵} \times ۲\frac{۳}{۶}$$

$$۱۴\frac{۳}{۵} \times ۷\frac{۲۵}{۳۶} \times \frac{۱۷}{۲۱} \times ۹\frac{۲}{۷} \qquad ۸\frac{۳}{۱۶} \times ۴\frac{۲}{۱۳} \times ۱۸ \times ۵\frac{۲}{۸}$$

$$۷\frac{۵}{۱۲} \times ۸ \times ۳۴\frac{۲}{۶} \times ۱۹\frac{۲۱}{۷} \times ۹\frac{۲}{۱۳} \times ۱۷ \times ۷\frac{۲۵}{۴۲} \times ۳۱\frac{۱۸۲}{۹۱}$$

برخه های متعارفی و برخه های دهدهی

۱۸۰ - تعریف - اگر برخه نام‌برخه یکی از توانهای ۱۰ مانند ۱۰ و ۱۰۰ و ۱۰۰۰ و . . . باشد برخه را دهدهی و در غیر این صورت برخه را متعارفی خوانند ــ واضح است چنانکه درمبحث عددهای دهدهی دیدیم برخهٔ دهدهی را بصورت عدد دهدهی‌نیز میتوان نوشت و بالعکس هر عدد دهدهی را بصورت برخهٔ دهدهی نیز میتوان نوشت

مثال - برخهٔ $۳\frac{۴۲۵}{۱۰۰۰}$ را که برخه ایست دهدهی میتوان بصورت عدد دهدهی ۳٫۴۲۵ نیز نوشت و بالعکس عدد های دهدهی ۴٫۲۷ و ۱۶٫۷۳۱ و ۱۲۵٫۰۱۰۶ رامیتوان بصورت‌برخه های زیرین نوشت:

$$۱۲۵\frac{۱۰۶}{۱۰۰۰۰} \quad و \quad ۱۶\frac{۷۳۱}{۱۰۰۰} \quad و \quad ۴\frac{۲۷}{۱۰۰}$$

۱۸۱ - نکتهٔ مهم ــ برخه ای مانند $\frac{۵}{۷}$ در نظر میگیریم ــ علاوه بر معنائی که سابق برای این عدد تعریف نمودیم میتوان آنرا خارج قسمت تقسیم ۵ بر ۷ نیز دانست ــ زیرا برای تعیین خارج قسمت ۵ بر ۷ میتوانیم بموجب اصل ۱ که در تقسیم گفته شد هر یك از یکه های پنج گانهٔ مقسوم را بر ۷ قسمت نموده خارج قسمتها را با هم جمع کنیم ــ چون اولین یکه را بر ۷ قسمت کنیم خارج قسمت برابر $\frac{۱}{۷}$ میگردد ــ اگر دومین یکه را بر ۷ قسمت کنیم خارج قسمت باز برابر $\frac{۱}{۷}$ میشود ــ پس خارج قسمت ۵رابر ۷ میتوان برابر مجموع: $\frac{۵}{۷}=\frac{۱}{۷}+\frac{۱}{۷}+\frac{۱}{۷}+\frac{۱}{۷}+\frac{۱}{۷}$ دانست ــ پس علامت $\frac{۵}{۷}$ رامیتوان نمایش دوعمل تصورنمود ــ اول آن‌که یك را بر۷قسمت متساوی تقسیم نموده ۵ جزء ازآنرا اختیارکرده‌ایم ودوم آنکه ۵ را بر۷ قسمت نموده ایم ـ

۱۸۳ - تبدیل برخهٔ متعارفی ببرخه دهدهی - از آنچه گفته شد چنین بر میآید که برای تبدیل برخهٔ متعارفی ببرخه دهدهی کافیست برخه شمار برخهٔ متعارفی را بر برخه نام آن قسمت کنیم —

مثال - میخواهیم برخهٔ متعارفی $\frac{۵۳}{۸۰}$ را ببرخهٔ دهدهی تبدیل نمائیم: صورت عمل چنین است:

```
۵۳    ۸۰
۵۳۰   ۰٫۶۶۲۵
 ۵۰۰
  ۲۰۰
   ۴۰۰
    ۰۰۰
```

پس گوئیم:

(برخهٔ دهدهی) ۰٫۶۶۲۵ = $\frac{۵۳}{۸۰}$ (برخهٔ متعارفی)

و یا $\frac{۶۶۲۵}{۱۰۰۰۰} = \frac{۵۳}{۸۰}$ و چون برخه نام وبرخه شمار برخهٔ $\frac{۶۶۲۵}{۱۰۰۰۰}$ را بر ۱۲۵ قسمت کنیم همان برخهٔ $\frac{۵۳}{۸۰}$ بدست میآید.

۱۸۳ - حالتهای مختلف — وقتی برای تبدیل برخهٔ متعارفی ببرخهٔ دهدهی برخه شمار را بر برخه نام قسمت میکنیم دو حالت ممکن است اتفاق افتد:

۱۸۴ - حالت ۱ - بعد از چندین تقسیم مانده صفر میشود یعنی تقسیم خاتمه می یابد در این حالت گویند برخهٔ متعارفی مفروض تحویل ببرخهٔ دهدهی محقق شده است و یا آنکه برخهٔ دهدهی برابر بـ برخهٔ متعارفی مفروض میتوان بدست آورد — مثالی که در بالا گفته شد مربوط باین حالت میباشد —

۱۸۵ - حالت ۲ - چون برخه شمار برخهٔ متعارفی را بر برخه نام آن تقسیم کنیم مانده هیچوقت صفر نمیشود — یعنی عمل تقسیم خاتمه نمی یابد

این امر وقتی اتفاق میافتد که پس از آنکه یك یا چند پیکر از خارج قسمت تعیین شد بمانده‌ای برسیم که برابر یکی از مانده های پیش باشد در این صورت واضح است که در خارج قسمت یك یا چندین پیکر بترتیب معین تکرار شده مانده هیچگاه صفر نمیگردد

مثال ۱ - میخواهیم برخهٔ متعارفی $\frac{۸}{۱۱}$ را ببرخه دهدهی تبدیل کنیم ــ صورت عمل چنین است :

```
۸    | ۱۱
۸۰   ۰٫۷۲۷۲ — .
 ۳۰
  ۸۰
   ۳۰
   ⋮
```

پس گوئیم :

(برخه دهدهی) . ــ ۰٫۷۲۷۲ = $\frac{۸}{۱۱}$ (برخه متعارفی)

مثال ۲ - میخواهیم برخه‌متعارفی $\frac{۳۷۷}{٤۹۵}$ را ببرخه دهدهی تبدیل کنیم ــ صورت عمل چنین است :

```
۳۷۷    | ٤۹٥
۳۷۷۰   ۰٫۷٦۱٦۱ — .
 ۳۰٥۰
   ۸۰۰
   ۳۰٥۰
     ۸۰۰
      ⋮
```

پس گوئیم :

(برخه دهدهی) . ــ ۰٫۷٦۱٦۱ = $\frac{۳۷۷}{٤۹٥}$ (برخهٔ متعارفی)

۱۸٦ - نتیجه ــ چنانکه دیده میشود در هیچیك از دو مثال بالا برخهٔ دهدهی برابر با برخهٔ متعارفی مفروض موجود نمیباشد و در هر دو تقسیم هر قدر عمل را ادامه دهیم مانده صفر نمیگردد

بعلاوه دیده میشود که در مثال ۱ دو پیکر ۷ و ۲ پی‌در پی تکرار میشوند و در مثال دوم دو پیکر ٦ و ۱ تکرار میگردند از طرف دیگر در مثال ۱ دورهٔ گردش یعنی ۷۲ بلا فاصله پس از ممیز شروع میگردد این نوع برخه را برخهٔ دهدهی دوره ای ساده خوانیم – ولی در مثال دوم دوره گردش یعنی ٦۱ بلافاصله پس از ممیز شروع نمیشود – این نوع برخه را برخهٔ دوره ای مرکب خوانند –

پس بطور خلاصه در تبدیل برخهٔ متعارفی ببرخهٔ دهدهی سه حالت ممکن است اتفاق افتد :

۱ – برخه دهدهی محقق ۰٫٦٦۲۵ = $\frac{۵۳}{۸۰}$ (برخهٔ متعارفی)

۲ – برخهٔ دهدهی دوره‌ای ساده ...۰٫۷۲۷۲۷۲ = $\frac{۸}{۱۱}$ (برخهٔ متعارفی)

۳ – برخهٔ دهدهی دوره‌ای مرکب ...۰٫۷٦۱٦۱٦۱ = $\frac{۳۷۷}{۴۹۵}$ (برخهٔ متعارفی)

۱۸۷ - تبدیل برخهٔ دهدهی ببرخهٔ متعارفی – بنا بر آنکه برخهٔ دهدهی از یکی از سه نوع بالا باشد سه حالت اتفاق میافتد :

۱۸۸ - حالت ۱ – اگر بخواهیم برخه دهدهی محقق یعنی برخهٔ دهدهی که شمارهٔ پیکر های دهدهی آن محدود است ببرخهٔ متعارفی تبدیل کنیم کافیست پیکرهای بعداز ممیز را برخهٔ شمر قرار داده برای برخه نام آن یکه ای بگذاریم که در راست آن بشمارهٔ پیکر های دهدهی صفر باشد – جزء پیش از ممیز قسمت درست این برخه را تشکیل خواهد داد – البته باید برخه ای را که بدین ترتیب بدست میآید بساده ترین صورت خود تبدیل نمود –

مثال - میخواهیم برخه های دهدهی محقق ۲٫۷۳ و ۳٫۴۲۵ و ۸٫۰۱۵ را ببرخه های متعارفی تبدیل کنیم – صورت عمل چنین است :

۲٫۷۳ = $۲\frac{۷۳}{۱۰۰}$ و ۳٫۴۲۵ = $۳\frac{۴۲۵}{۱۰۰۰}$ = $۳\frac{۱۷}{۴۰}$ و ۸٫۰۱۵ = $۸\frac{۱۵}{۱۰۰۰}$ = $۸\frac{۳}{۲۰۰}$

۱۸۹ - حالت ۲ ـ برای تبدیل برخهٔ دهدهی دوره ای ساده ببرخهٔ متعارفی یك دورهٔ گردش را برخه شمار قرار داده در برخه نام بشمارهٔ پیکر های دورهٔ گردش عدد ۹ قرار میدهیم و برخه هائی را که بدین ترتیب بدست میآید در صورت امکان ساده مینمائیم ـ جزء پیش از ممیز قسمت درست برخه متعارفی را تشکیل خواهد داد

مثال - میخواهیم برخه‌های دهدهی دوره‌ای ساده ۱۲ر۳۶۳۶۳۶۳۶... و ۷ر۳۴۳۳۴۳... و ۱۵ر۰۷۸۰۷۸... را که دوره های گردش آنها بترتیب (۳۶) و (۳۴۳) و (۰۷۸) است ببرخه های متعارفی تبدیل کنیم ـ صورت عمل چنین است :

$$۱۲ر۳۶۰۰۰ = ۱۲\frac{۳۶}{۹۹} = ۱۲\frac{۴}{۱۱} \quad و \quad ۷ر۳۴۳۰۰۰ = ۷\frac{۳۴۳}{۹۹۹} \quad و \quad ۱۵ر۰۷۸۰۰۰ = ۱۵\frac{۷۸}{۹۹۹} = ۱۵\frac{۲۶}{۳۳۳}$$

۱۹۰ - حالت ۳ - برای تبدیل برخهٔ دهدهی دوره ای مرکب ببرخهٔ متعارفی برخه ای بدین طریق میسازیم: برای یافتن برخه شمار عددی مینویسیم مرکب از پیکر های غیرگردش پس از ممیز و یك دورهٔ گردش و از این عدد یك دورهٔ غیرگردش را تفریق میکنیم ـ برای یافتن برخه نام بشمارهٔ پیکرهای گردش عدد۹ و در راست آنها بشمارهٔ پیکرهای غیرگردش صفر قرار میدهیم

مثال ـ میخواهیم برخه های دهدهی دوره‌ای مرکب :

۱۲ر۳۶۶۴۶۶۶۴۶... و ۴ر۵۴۲۷۷۷... و ۰ر۵۴۷۲۸۷۲۸...

را که در آنها دوره های غیرگردش بترتیب عبارتند از (۵۴) و (۵۴۲) و (۳۶) و دوره های گردش بترتیب عبارتند از (۷۲۸) و (۷) و (۶۴۶) ببرخه های متعارفی تبدیل کنیم ـ صورت عمل چنین است :

$$۰ر۵۴۷۲۸۷۲۸\cdots = \frac{۵۴۷۲۸-۵۴}{۹۹۹۰۰} = \frac{۵۴۶۷۴}{۹۹۹۰۰} = \frac{۲۷۳۳۷}{۴۹۹۵۰}$$

$$۴ر۵۴۲۸۷۷\cdots = ۴\frac{۵۴۲۷-۵۴۲}{۹۰۰۰} = ۴\frac{۴۸۸۵}{۹۰۰۰} = ۴\frac{۹۷۷}{۱۸۰۰}$$

$$۱۲ر۳۶۶۴۶۶۶۴۶\cdots = ۱۲\frac{۳۶۶۴۶-۳۶}{۹۹۹۰۰} = ۱۲\frac{۳۶۶۱۰}{۹۹۹۰۰}$$

باشد واگر ۳ از برخه شمار آن کم و۳ بر برخه نامش اضافه کنیم معادل $\frac{۲}{۳}$ گردد
.($\frac{۲۷}{۳۳}$)

مسئله ۱۱۳ - دوعدد بیابید که مجموعشان ٤۰ باشد واگر یکی ازآنها را برخه شمار و دیگری را برخه نام برخه $\frac{۷}{۱۳}$ اضافه کنیم مقدار برخه تغییر ننماید
.(١٤ و٢٦)

مسئله ۱۱۴ -میدانیم $\frac{۱۵}{۳۶} = \frac{۱۲۵}{۱۸۰}$ است ثابت کنید برخه ای که برخه شمارش برابرمجموع برخه شمارها وبرخه نامش برابر مجموع برخه نامها-یا اینکه برخه شمارش برابر ماندهٔ برخه شمار ها و برخه نامش برابر ماندهٔ برخه نامها باشد با این دو برخه برابرمیباشند.

مسئله ۱۱۵ - مطلوبست تعیین برخه‌ای که چون ۲۱ ببرخه شمار و ۳۵ ببرخه نامش اضافه‌کنیم برخه ای معادل خود آن برخه حاصل گردد درصورتیکه میدانیم بزرگترین مقسوم علیه مشترك برخه شمارو برخه نام ۱۹ است ($\frac{۵۷}{۹۵}$)

مسئله ۱۱۶ -مخزنی بوسیله۳لوله ازبنزین پرمیشود لوله اول بتنهائی مخزن را در ۱۲ ساعت و دومی بتنهائی آن را در ۱٦ ساعت وسومی بتنهائی آنرا در٢٤ ساعت پرمیکنند- اگر هر ۳ لوله باز باشند مخزن در چه مدت پرمیشود ؟
(۵ ساعت ۲۰ دقیقه)

مسئله ۱۱۷ - در انباری ازچهار شیرنفت میریزد شیراول به تنهائی انبار را در ۸ ساعت دومی به تنهائی آنرا در ۲۰ ساعت و سومی به تنهائی آنرا در ٢٤ ساعت و چهارمی بتنهائی آنرا در ۳۰ ساعت پر میکنند- هرچهار شیر را باز میکنیم تا نصف انبار پر شود- از این موقع ببعد شیر اولی فقط $\frac{۲}{۳}$ آنچه نفت میداد نفت میدهد - معین کنید انبار پس از چه مدت کاملا پر میگردد (٤ ساعت ٢٤ دقیقه)

مسئله ۱۱۸ - انباری دومجرای ورود دارد وبوسیلهٔ تلمبه‌ای میتوان آنرا خالی کرد مجرای اول بتنهائی انبار را در۱۲ ساعت ودومی بتنهائی آنرا در٤ ساعت و ۲۰ دقیقه پر میکند و تلمبه نیز در ٦ ساعت آنرا خالی میکند- در موقعیکه نصف انبار پر است هردو شیر وتلمبه را بکار میاندازیم - پس از چه مدت انبار پر میشود.

(ساعت ۳ دقیقه ۲۳ $\frac{۱۱}{۲۳}$)

مسئله ۱۱۹ - منبعی داریم دارای دومجرای ورودآب ویك مجرای خروج یکی از مجراهای ورود منبع را در ۱۶ ساعت پر میکند ومجرای خروج منبع را در ۱۲ ساعت خالی مینماید - میدانیم وقتی هر سه مجری بازباشند منبع در:
۵ ساعت و $\frac{۳۸}{۴۳}$ ۳۴ دقیقه پر میشود میخواهیم بدانیم مجرای دیگر ورود منبع را درچه مدت پر مینماید (۵ ساعت)

مسئله ۱۳۰ - کارمند یکی ازاداره های دولتی ۸ درصد حقوق ماهیانه خود را برای بازنشستگی ومالیات بردرآمد میپردازد $\frac{۱۷}{۲۳}$ بقیه حقوق او بعلاوه ۱۲۰ ریال هزینه اوست و بقیه را که برابر $\frac{۱۸}{۱۲۵}$ حقوقش میباشد پس انداز مینماید مطلوبست حقوق ماهانه و اندوخته سالیانه اش (حقوق ماهانه ۱۲۵۰ ریال - اندوخته سالیانه ۲۱۶۰ ریال)

مسئله ۱۳۱ - شخصی قطعه زمینی را ازقرار هر متر مربعی ۷٫۵ ریال میفروشد یکنفر $\frac{۲}{۹}$ آنرا خرید ودیگری قسمتی دیگر از آنرا که برابری (معادل) $\frac{۱۱}{۸}$ قسمت اولی بود خرید و ۴۵۰۰ ریال بیش از اولی پول داد - مطلوبست مساحت زمین و سهم هریك از این دونفر (مساحت زمین ۷۲۰۰ متر مربع — سهم اولی ۱۶۰۰ متر مربع — سهم دومی ۲۲۰۰ متر مربع)

مسئله ۱۳۲ - مجموع حقوق دوآموزگار درماه ۱۰۸۰ ریال است هزینهٔ اولی $\frac{۴}{۵}$ درآمد او و هزینهٔ دومی $\frac{۳}{۴}$ درآمدش میباشد وبقیه حقوق خود را پس انداز مینمایند میخواهیم حقوق ماهانه هریك را تعیین کنیم درصورتیکه میدانیم مقدار اندوختهٔ هردو برابر است (اولی ۶۰۰ ریال دومی ۴۸۰ ریال)

مسئله ۱۳۳ - سه ظرف داریم اگر اولی را پر از آب کرده درسومی بریزیم یك چهارم ظرف سومی خالی میماند - اگر اولی را پر از آب کرده دومی را از آن پر سازیم باندازهٔ $\frac{۱}{۶}$ ازگنجایش ظرف اولی دراین ظرف آب باقی میماند اگر دومی را پر نموده درسومی بریزیم باید ۳۶ لیتر دیگر آب در ظرف سومی ریخت تا پر شود - مطلوبست گنجایش هریك از این سه ظرف (اولی ۷۲ لیتر دومی ۶۰ لیتر سومی ۹۶ لیتر)

مسئله ۱۳۴ - یك خیش دراسبی در ۱۰ ساعت ۵ آر زمین را شخم میزند

ویك خیش دوگاوی در ۱۲ ساعت ٤۰ آر زمین را شخم میزند ـ تعیین کنید هریك ازاین دوخیش یك هکتار زمین را در چه مدت شخم میزنند واگر بخواهیم مزرعه‌ای را که مساحت آن ۸ هکتار است با این دو خیش متفقاً شخم بزنیم چند ساعت طول میکشد (اسبها در $\frac{۱}{۹}$ ۳۱ و ۱۸ دقیقه ساعت — گاوها در ۳۰ ساعت جمعاً ۸ هکتار را در $\frac{۷۹}{۱۳۱}$ ۹۱ ساعت شخم میزنند)

مسئله ۱۳۵ ـ سه دسته کارگر داریم دسته اول کاری‌را در ۲۵ ساعت دسته دوم همان کار را در ۳۰ ساعت دسته سوم همان کاررا در ٤۸ ساعت انجام میدهند اگر $\frac{۱}{۲}$ کارگران دسته اول و $\frac{۱}{۳}$ کارگران دسته دوم و $\frac{۱}{۵}$ کارگران دسته سوم را انتخاب کنیم کاررا در چند ساعت انجام میدهند ($\frac{٤٤}{۱۲۷}$۲۸ ساعت)

مسئله ۱۳۶ ـ شخصی یك‌توپ‌پارچه خرید $\frac{۲}{۹}$ آنرا از قرار متری ۱۰ ریال فروخت و ۳۲ ریال سود برد وبقیه را از قرار متری ۹٫۵ ریال فروخت و از فروش دوم ۸٤ ریال سود برد مطلوبست درازی پارچه و بهای خرید یك متر (درازی پارچه ۷۲ متر — بهای خرید یك متر ۸ ریال)

مسئله ۱۳۷ ـ دو نفرمبلغی‌را بین خود قسمت‌کردند بطوریکه سهم اولی $\frac{۳}{۲}$ سهم دومی شد ـ پس از آنکه اولی باندازهٔ $\frac{۲}{۹}$ آنچه داشت بسهم خود افزود ودومی باندازهٔ $\frac{۱}{۶}$ آنچه‌داشت خرج‌کرد اختلاف پول‌آنها ۱۸۰۰ ریال شدمطلوبست پول اصلی‌و سهم‌هریك (پول اصلی ٤۵۰۰ ریال سهم اولی ۲۷۰۰ ریال سهم دومی ۱۸۰۰ ریال)

مسئله ۱۳۸ ـ پارچه فروشی ۸۰ متر پارچه خرید ـ پس ازشستن درازای این پارچه باندازهٔ $\frac{۱}{۲۰}$ کم شد ـ اگر هرمتری را بقیمت خرید بفروشد ۲۲ ریال زیان میبرد ـ میخواهیم بدانیم هر متری را چند خریده ویکمتر آنرا بچه بهائی بفروشد تا ٥٤ ریال سود ببرد

(بهای خرید یك متر ٥٫٥ ریال — باید هرمتری را ٦٫٥ ریال بفروشد)

مسئله ۱۳۹ ـ پیراهن‌دوزی ٤۰ مترپارچه برای پیراهن خرید ازقرارمتری ٦٫٥ ریال و ٥ در صد تخفیف بازرگانی گرفت ـ میدانیم درازای این پارچه پس از شسته شدن باندازهٔ $\frac{۱}{۱۰}$ کم میگردد و هرپیراهن ۳ متر پارچه لازم دارد و هزینه و دستمزد دوخت هر پیراهن $\frac{۲}{۵}$ قیمت پارچهٔ آنست ـ مطلوبست : ۱ ـ شمارهٔ پیراهنهائی که میتواند بدوزد ۲ ـ هزینهٔ‌کلی ۳ ـ بچه‌قیمت هرپیراهن تمام میشود (شمارهٔ‌پیراهن ها ۱۲ ـ بهای پیراهن ها ۳٤٥٫۸ ریال بهای یك پیراهن تقریبا ۲۸٫۸۰ ریال)

بخش هشتم

دستگاه متری

۱۹۱ ـ مقدمه ـ هریك از ملل از آغاز تمدن خود برای اندازه گرفتن بعضی چندی های پیوسته مهم مانند درازا و رویه (سطح) و گنج (حجم) و وزن و کیل و ...... یکه های مختلف اختیار نموده اند ولی اولاً این یکه ها در کشور های مختلف یکی نبوده وحتی در قسمتهای مختلف یك کشور نیز با یکدیگر تفاوت داشته اند ثانیاً محاسبه آنها بدستگاه ده دهی میسر نبوده زیرا اجزاء و اضعاف یکه های اختیار شده ده ده ترقی و تنزل نمینمود ـ کثرت ارتباط بین ملل مختلف و لزوم آسانی داد و ستد واحتیاجات علمی بشر را بفکر ایجاد یك دستگاه یکه های همگانی انداخت که محاسبه با آنها بدستگاه ده دهی راجع شود برای این منظور فرانسویان در اواخر قرن هجدهم دستگاه متری را ایجاد و قبول نمودند که فعلا در اغلب کشور های متمدن بکار میرود حسن دیگر این دستگاه آنستکه چنانکه خواهیم دید در دستگاه متری یکه های رویه (سطح) و گنج (حجم) و وزن و کیل از روی یکه درازا بدست میآید ـ برای اینکه یکه درازائی که اختیار شده از طرفی اختصاص بکشور معینی نداشته و بتواند تعمیم یابد و از طرف دیگر با حوادث از بین نرود آنرا بکره زمین ارتباط و بستگی داده بدین ترتیب که نصف النهار زمین را اندازه گرفته $\frac{۱}{۴۰۰۰۰۰۰۰}$ آنرا یکه درازا اختیار نمودند و آنرا متر نامیده اند برای تعیین متر نخست دو نفر مهندس فرانسوی موسوم به مشن و دلامبر

(Mechain و Delambre) قوس نصف‌النهار واقع میان دو شهر دونکرك و بارسلن (Barcelone و Dunkerque) را از ۱۷۹۲ تا ۱۷۹۵ اندازه‌گرفتند ولی استعمال دستگاه متری در کشور فرانسه از ۱۸٤۰ مسیحی اجباری شد و در ۱۸۷۵ عدهٔ زیادی از کشور های متمدن دستگاه متری را قبول نمودند - از ان ببعد سایر ملل نیز بتدریج آنرا بکار میبرند درکشور شاهنشاهی ایـران نیز بموجب قانون مصوب ۱۸ دیماه ۱۳۱۱ دستگاه متری رسماً قبول وبکار بردن آن اجباری گردیده ودستگاههای سابق ممنوع گشته است.

۱ ـ اندازه گرفتن درازا

۱۹۳ یکه - یکهٔ اندازه گرفتن درازا متراست وآن فاصلهٔ بین دوخط است که درروی نمونه بین‌المللی متر رسم شده این درازا تقریباً برابر یك چهل میلونم نصف النهار زمین است.

۱۹۳ - اضعاف و اجزاء ـ اضعاف و اجزاء متر بانسبت آنها بمتر درین جدول دیده میشود :

اجزاء			متر	اضعاف		
میلیمتر	سانتیمتر	دسیمتر		دکامتر	هکتومتر	کیلومتر
۰/۰۰۱ متر	۰/۰۱ متر	۰/۱ متر	۱ متر	۱۰ متر	۱۰۰ متر	۱۰۰۰ متر
هزارم	صدم	دهم	یکان	دهگان	صدگان	یگان‌هزار

۱۹۴ - خواندن و نوشتن ـ ازروی جدول بالاچنین معلوم میشود

که اگر یکه متر باشد پیکر اول بعد از ممیز نمایش دسیمتر ها وپیکر دویم بعد از ممیز نمایش سانتیمتر ها و پیکر سوم بعد از ممیز نمایش میلیمتر هاست و همچنین پیکر پیش از ممیز نمایش متر ها و پیکر پیش ازآن نمایش دکامتر ها وپیکر پیش از آن نمایش هکتو مترها و بالاخره پیکر پیش از آن که یکان هزار باشد نمایش کیلومتر هاست پس عدد ۷۲۶۳٫۴۵۲ متر چنین خوانده میشود ۷ کیلو متر و ۲ هکتومتر و ۶ دکامتر و۳ متر و ٤ دسیمتر و ٥ سانتیمتر و ۲ میلیمتر ازطرف دیگر ۸ کیلومتر و ٤ هکتومتر و ۹ دکامتر و۳ متر و ۲ دسیمتر و ٦ سانتیمتر و ۷ میلیمتر چنین نوشته میشود ۸٤۹۳٫۲٦۷ متر البته میتوان محض سهولت این عدد را نیز چنین خواند هشت هزار و چهار صد و نود و سه متر و دویست و شصت و هفت میلیمتر .

۱۹۵ - مورد استعمال متر واضعاف واجزاء آن ـ متر معمولاً در احتیاجات بازرگانی و ساختمانها و دکامتر در کشاورزی و مساحی ونقشه برداری وبالاخره کیلومتر درتعیین فصله های بزرگ مانند جاده‌ها و راه آهن و سیمهای تلگراف و تلفن وغیره بکار میرود .

مورد استعمال اجزاء متر بیشتر در قسمتهای دقیق علمی وپیشه و هنر (فیزیك و مکانیك وغیره) میباشد .

۱۹٦ - یکه های درازای دریائی ـ یکه‌ای که بیشتر در کشتی رانی هنوز بکار میرود میل دریائی است وآن عبارتست از درازای قوس یکدقیقه (یعنی یك شصتم درجه) از نصف النهار ـ درازای میل دریائی برحسب متر تقریباً برابر است با ۱۸۵۱٫۸۵ متر = ۴۰۰۰۰۰۰۰ / ۳۶۰×۶۰ که تقریباً برابر ۱۸۵۲ متر میشود

برای تعیین سرعت ناوها گره دریائی بکار میرود وآن عبارتست

از درازای قوسی از نصف النهار برابر نیم ثانیه یعنی $\frac{۱}{۱۲۰}$ دقیقه مقدار آن برحسب متر برابر است با $۱۵٫۴۳ = \frac{۱۸۵۱٫۸۵}{۱۲۰}$ متر سرعت ناوها عبارتست از شماره گره هائی که ناو در نیم دقیقه می پیماید پس اگر ناوی ۳۵ گره سرعت داشته باشد یعنی در نیم دقیقهٔ زمان ۳۵ گره طی نماید در یکساعت ۳۵ میل دریائی خواهد پیمود.

۲ - اندازه گرفتن رویه (سطح)

۱۹۷ - یکه - یکه اندازه گرفتن رویه مترمربع است وآن عبارتست از مربعی که پهلوی (ضلع) آن یکمتر باشد.

۱۹۸ - اضعاف و اجزاء - در سنجیدن رویه باید ملتفت باشیم که هر یکه صد برابر یکه زیر دست و یك صدم یکه بالا دست است مثلا یك متر مربع صد دسیمترمربع ویك صدم دکامتر مربع است اگرمربعی که هر پهلویش مثلا یك دسیمتر و بنا براین رویه آن یك دسیمتر مربع باشد اختیار نموده و یکه را سانتیمتر قرار دهیم درازای هر پهلوی آن مربع ده سانتیمتر خواهد بود و چنانکه در هندسه خوانده ایم وسعت این مربع همانطورکه از شکل نیز واضح میشود ۱۰ × ۱۰ یعنی ۱۰۰ سانتیمتر مربع خواهد بود.

نامهای اضعاف و اجزای متر مربع بانسبت آنها بمتر مربع درین جدول دیده میشود - دکامتر مربع را که برابر صد مترمربع است آرنیز گویند و در کشاورزی برای مساحت زمینها بکار میرود هکتومتر مربع را که برابر ده هزار متر مربع یاصد آر است هکتار نیز گویند ودرتعیین مساحت زمینهای زراعتی بکار میبرند و بالاخره کیلومتر مربع در تعیین وسعت قطعه هائی از کشور یا مساحت کشور بکار میرود مثلا میدانیم که:

اجزاء			متر مربع	اضعاف		
میلیمتر مربع	سانتیمتر مربع	دسیمتر مربع		دکامتر مربع	هکتومتر مربع	کیلومتر مربع
متر مربع ۰/۰۰۰۰۰۱	متر مربع ۰/۰۰۰۱	متر مربع ۰/۰۱	۱ متر مربع	۱۰۰ متر مربع	۱۰۰۰۰ متر مربع	۱۰۰۰۰۰۰ متر مربع
صد هزارم و میلیونم	هزارم و ده هزارم	دهم و صدم	یکان و دهگان	صدگان و یکان هزار	دهگان هزار و صدگان هزار	میلیون و ده میلیون

سانتیمتر
۱۰ = ۱ دسیمتر

سانتیمتر
۱۰ = ۱ دسیمتر

مساحت کشور شاهنشاهی ایران برابر

۱،۶۴۵،۰۰۰ کیلومتر مربع میباشد

۱۹۹ - نوشتن و خواندن - چون اجزاء و اضعاف متر مربع صد بصد تنزل و ترقی مینمایند یعنی هر یکه صد برابر کوچکتر از یکه مرتبه بالا تر و صد برابر بزرگتر از یکه مرتبه پائین‌تر است درموقع نوشتن هر یکه ای با دو پیکر نمایش داده میشود مثلا اگر یکه متر مربع باشد چنانکه از روی جدول بالا بر میاید دو پیکر اول و دویم پس از ممیز نمایش دسیمتر های مربع و دو پیکر سوم و چهارم نمایش سانتمیر ها و دو پیکر پنجم و ششم نمایش میلیمتر های مربع است ــ بهمین طریق دو پیکر یکان و دهگان نمایش متر های مربع و دو پیکر صدگان و یکان هزار نمایش دکامتر های مربع و .... میباشد .

مثلا - چهارده متر مربع و سی و هفت دسیمتر مربع و ۸ سانتیمتر مربع را بحسب متر مربع چنین مینویسند ۱۴ر۳۷۰۸ متر مربع همچنین عدد ۳۷ر۱۴۲۶۰۸ متر مربع خوانده میشود ۳۷ متر مربع و ۱۴ دسیمتر مربع و ۲۶ سانتیمتر مربع و ۸ میلیمتر مربع - وعدد ۱۴۵۶۰۷۳ متر مربع چنین خوانده میشود : یك میلیون و چهارصد و پنجاه وشش هزار و هفتاد وسه متر مربع یا چهار هزار و پانصد و شصت آر و هفتاد و سه متر مربع یا صد و چهل و پنج هکتار و شش هزار و هفتادوسه متر مربع و یا بالاخره یك کیلومتر مربع و ۴۵ هکتومتر مربع و ۶۰ دکامتر مربع و ۷۳ متر مربع

اندازه گرفتن گنج

۲۰۰ - یکه - یکهٔ اندازه گرفتن گنج متر مکعب است و آن عبارتست از مکعبی که یال آن یکمتر باشد.

۲۰۱ - اجزاء - نامهای اجزاء متر مکعب و نسبت آنها بمتر مکعب در جدول زیر دیده میشود:

اجزاء			متر مکعب
میلیمتر مکعب	سانتیمتر مکعب	دسیمتر مکعب	
۰/۰۰۰۰۰۰۰۰۱ متر مکعب	۰/۰۰۰۰۰۱ متر مکعب	۰/۰۰۱ متر مکعب	۱ متر مکعب
ده میلیونم صد میلیونم میلیاردم	ده هزارم صد هزارم میلیونم	دهم صدم هزارم	یکان

۲۰۲ اضعاف - اضعاف متر مکعب مورد استعمال ندارند.

۲۰۳ - خواندن و نوشتن - چون نظیر آنچه که دربارهٔ متر مربع در شمارهٔ ۱۹۸ گفتیم دربارهٔ متر مکعب بنظر آوریم دیده میشود که هر یکه هزار برابر یکه زیر دست است و چنانکه از این جدول برمیآید برای نمایش هر یک از اجزای متر مکعب سه پیکر لازم است یعنی اگر یکه متر مکعب باشد سه پیکر پس از ممیز نمایش دسیمتر های مکعب و سه پیکر پس از آن نمایش سانتیمتر های مکعب و بالاخره سه پیکر پس از آن (هفتم و هشتم و نهم) نمایش میلیمتر های مکعب خواهد بود.

مثال - عدد ۲۲٫۴۰۲۷۳۶۰۴۸ متر مکعب - چنین خوانده میشود : ۲۲ مترمکعب وچهار صدو دو دسیمتر مکعب و ۷۳۶ سانتیمتر مکعب و ۴۸ میلیمتر مکعب .

۴ - اندازه گرفتن وزن

۲۰۴ - یکه - یکهٔ اندازه گرفتن وزن کیلوگرم است وآن عبارتست از وزن استوانه ای از طلای سفید که در دفتر بین المللی اوزان و مقادیر ضبط میباشد - و وزن یك دسیمتر مکعب آب نیز تقریباً یك کیلوگرم است .

۲۰۵ - اضعاف کیلوگرم - از اضعاف کیلوگرم فقط تن که برابر ۱۰۰۰ کیلوگرم است در کشور ایران مورد استعمال دارد

۲۰۶ - گرم - گرم عبارتست از یك هزارم کیلو گرم که تقریباً وزن یك سانتیمتر مکعب آب مقطر چهار درجه حرارت باشد - در اندازه گیریهای دقیق علمی و فنی گرم و اجزاء آن بکار میرود .

۲۰۷ - اجزاء گرم - اجزاء گرم عبارتند از دسیگرم که برابر با یکدهم گرم و سانتیگرم که برابر است با یکصد گرم و بالاخره میلیگرم برابر است با یك هزارم گرم .

۲۰۸ - مورد استعمال - همیشه تن برای اجناس سنگین وزن بازرگانی و کیلوگرم در داد وستد های عادی و گرم و اجزاء آن چنانکه گفته شد در اندازه گیریهای دقیق علمی و فنی بکار میرود .

خواندن و نوشتن - اگر یکه گرم باشد پیکر دهم نمایش دسیگرم و پیکر صدم نمایش سانتیگرم و پیکر هزارم نمایش میلی گرم است .

من و خروار وسیر ـ در کشور ایران من قانونی برابر با ۳ کیلوگرم است و ۱۰۰ من یا ۳۰۰ کیلوگرم را یک خروار خوانند هرمن ۴۰ سیر است بنابر این سیر قانونی برابر ۷۵ گرم میباشد .

۵ ـ اندازه گرفتن کیل

در بعضی کشورها معمول است که مایعات و بعضی حبوبات را بعوض اینکه وزن‌نمایند با گنج خرید و فروش میکنند دراینمورد یکهٔ خاصی برای اندازه گنج که دراینمورد کیل نامیده میشود اختیار شده است

۴۰۹- یکه ـ یکه کیل لیتر است و آن گنجایش ظرفی است که گنج درونی آن یک دسیمتر مکعب باشد .

۴۱۰ - اضعاف و اجزاء ـ اضعاف لیتر عبارتند از دکالیتر (۱۰ لیتر) و هکتولیتر (۱۰۰ لیتر) بجای کیلو لیتر که برابر با ۱۰۰۰ لیتر است متر مکعب بکار میرود ـ اجزاء لیتر عبارتند ازدسی لیتر که برابر یکدهم لیتر است و سنتی لیتر که برابر یکصدم لیتر است و بجای میلی لیتر که برابر یک هزارم لیتر است سانتیمتر مکعب بکار میرود .

۴۱۱ - بستگی وزن با کیل ـ چنانکه گفتیم هر کیلوگرم تقریباً برابر است با وزن یک دسیمتر مکعب آب مقطر چهار درجه حرارت و لیتر هم گنج یک دسیمتر مکعب میباشد پس میتوان گفت که کیلوگرم برابر است با وزن یک لیتر آب مقطر چهار درجه حرارت و واضح است که وزن یک لیتر ازجسم دیگر غیر از آب یک کیلوگرم نخواهد بود مثلاً وزن یک لیتر شیر گاو خالص برابر ۰۳۰ر۱ کیلوگرم و یک لیتر الکل خالص ۷۹۲ر۰ کیلوگرم وزن دارد .

۶ ـ اندازه گرفتن زمان

۲۱۲ - یکه ـ یکه زمان شبانه روزاست و آن عبارتست ازمدت زمان بین دو ظهر (نیم روز) یا دو نیم شب پی درپی .

۲۱۳ - ساعت ـ شبانه روز را به ۲۴ قسمت متساوی قسمت کرده هر یك را ساعت خوانند .

اجزاء ساعت ـ اجزاء ساعت یك دقیقه است که برابر $\frac{1}{60}$ ساعت و ثانیه است که برابر با $\frac{1}{60}$ دقیقه یا $\frac{1}{3600}$ ساعت باشد پس در شبانه روز ۸۶۴۰۰ ثانیه وجود دارد ـ اجزاء کوچکتر از ثانیه را با اعشار ثانیه اندازه میگیرند ـ در اندازه گیریهای علمی ثانیه یکه زمان است .

۲۱۴ - سال ـ سال خورشیدی عبارتست از مدت زمانی که لازم است تا زمین یکدور کامل دور خورشید بگردد بعبارت دیگر سال خورشیدی عبارتست از مدت زمانی که زمین در آن یکدور حرکت انتقالی خود را انجام دهد همانطور که میدانیم سال خورشیدی دارای :

ثانیه	دقیقه	ساعت	روز	
۴۶	۴۸	۵	۳۶۵	یا تقریباً ۳۶۵ روز

و ۶ ساعت است

سال به چهار فصل : بهار ـ تابستان ـ پائیز ـ زمستان و ۱۲ ماه : فروردین ـ اردیبهشت ـ خرداد ـ تیر ـ مرداد ـ شهریور ـ مهر آبان ـ آذر ـ دی ـ بهمن ـ اسفند قسمت میشود ـ

مبدء سال در کشور ایران روز اول فروردین یا نوروز است شش ماه اول هر یك ۳۱ روز و از ۶ ماه دویم پنج ماه اول هر یك

۳۰ روز دارند و ماه اسفند معمولا ۲۹ روز است ولی چون هر چهار سال یکبار اضافه مدت سال بر ۳۶۵ روز قریب یك روز میگردد یکروز باسفند ماه اضافه میکنند و اسفند ۳۰ روز میشود این نوع سال را سال کبیسه خوانند .

۷ ـ یکهٔ پول

۴۱۵ - ریال ـ یکهٔ پول در کشور شاهنشاهی ایران ریال است و ارزش آن معادل با ۰٫۰۷۳۲۲۳۸۲ گرم زر ویژه است ـ

۴۱۶ - اضعاف و اجزاء ـ اضعاف ریال عبارتست از پهلوی که برابر با ۱۰۰ ریال است ـ اجزاء ریال عبارتست از دینار که برابر با ۱/۱۰۰ ریال میباشد

۴۱۷ - پولهای رایج - پولهای رایج در ایران سکه‌های ۵ دیناری و ۱۰ دیناری و ۵۰ دیناری است که جنس آن مفرغ آلومینیوم میباشد و فقط بانك ملی ایران حق چاپ اسکناس را دارد و اسکناسها در کشور ایران عبارتند از : اسکناس ۵ ریالی و ۱۰ ریالی و ۲۰ ریالی و ۵۰ ریالی و ۱۰۰ ریالی و ۵۰۰ ریالی و ۱۰۰۰ ریالی .

بخش نهم

نسبت و تناسب

۲۱۸ - تعریف نسبت - شماره و اندازه دفعاتی که مقداری در مقدار دیگر از یك چندی میگنجد و یا بطور کلی خارج قسمت دو عدد را نسبت آن دو مقدار یا دو عدد خوانند و هر یك از این دو مقدار یا دو عدد را دو جملهٔ نسبت نامند ــ و آنرا بصورت برخه نمایش میدهند

مثال - دو قطعه خط داریم یکی ا ب بدرازای ۱۲ سانتیمتر و دیگری ث د بدرازای ۳ سانتیمتر ــ نسبت درازای قطعه خط ا ب را بدرازای قطعه خط ث د نسبت درازاهای این دو قطعه خط خوانند و آنرا چنین نمایش میدهند $\frac{\text{ا ب}}{\text{ث د}}$ اما چون ۱۲ = ا ب و ۳ = ث د پس میتوان نوشت ٤ = $\frac{۱۲}{۳}$ = $\frac{\text{ا ب}}{\text{ث د}}$ یعنی درازای قطعه خط ا ب چهار برابر قطعه خط ث د است ــ

همچنین نسبت دو عدد ۱۳ و ۷ عبارتست از برخهٔ $\frac{۱۳}{۷}$

۲۱۹ - نتیجه مهم ــ از این جا معلوم میگردد که نسبت دومقدار هم جنس یا دو عدد مطلق عددی است عددی مطلق.

۲۲۰ - خواص نسبتها ــ کلیهٔ خواصی را که برای برخه ها گفتیم نسبتها نیز دارا میباشند.

۲۲۱ - تعریف تناسب - دو یا چندین نسبت متساوی تشکیل یك تناسب میدهند

مثال - اگر درازای خط a پنج برابر درازای قطعه خط b باشد

شمار های آنها برابر میباشد یعنی ۱۲ × ۱۵ = ۲۰ × ۹

۲۲۴ ـ صورتهای مختلف یك تناسب ـ فرض کنیم $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ باشد از خاصیت اصلی تناسب که در بالا گفته شد میتوان استفاده نموده با چهار جملهٔ (a , b , c , d) هفت تناسب دیگر نوشت که با تناسب مفروض هشت تناسب میشود

$$(۱)\ \frac{a}{b}=\frac{c}{d}\quad (۲)\ \frac{a}{c}=\frac{b}{d}\quad (۳)\ \frac{d}{b}=\frac{c}{a}\quad (٤)\ \frac{d}{c}=\frac{b}{a}$$

$$(٥)\ \frac{c}{d}=\frac{a}{b}\quad (٦)\ \frac{b}{d}=\frac{a}{c}\quad (٧)\ \frac{c}{a}=\frac{d}{b}\quad (٨)\ \frac{b}{a}=\frac{d}{c}$$

برای بدست آوردن صورتهای ۲ و ۳ و ٤ از صورت ۱ بترتیب مکان دو میان یا کرانه یا هر دو را تغییر میدهیم و برای یافتن صورتهای دیگر جای دو طرف تساوی را در چهار صورت اول تغییر میدهیم ـ چنانکه دیده میشود اگر در هر یك از صورت های هشت گانه خاصیت اصلی تناسب را بنویسیم بیك نتیجه میرسیم که عبارتست از تساوی $ab = cd$.

۲۲۵ ـ ترکیب نسبت ـ تناسب $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ مفروض است برطرفین آن یك میافزائیم چنین میشود :

$$\frac{a}{b}+۱=\frac{c}{d}+۱ \text{ و یا } \frac{a}{b}+\frac{b}{b}=\frac{c}{d}+\frac{d}{d} \text{ و یا بالاخره } \frac{a+b}{b}=\frac{c+d}{d}$$

۲۲۶ ـ نتیجه ـ در هر تناسب نسبت مجموع دو جمله اول و دوم بجمله دوم برابر است با نسبت مجموع دو جملهٔ سوم و چهارم بجملهٔ چهارم ـ این عمل را ترکیب نسبت خوانند .

۲۲۷ ـ تفضیل نسبت ـ از طرفین تناسب مفروض $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ یك کم میکنیم چنین خواهیم داشت :

$$\frac{a}{b}-۱=\frac{c}{d}-۱ \text{ و یا } \frac{a}{b}-\frac{b}{b}=\frac{c}{d}-\frac{d}{d} \text{ و یا } \frac{a-b}{b}=\frac{c-d}{d}$$

۲۲۸ ـ نتیجه ـ در هر تناسب نسبت ماندهٔ دو جملهٔ اول و دوم بجمله دوم برابر است با نسبت ماندهٔ دو جمله سوم و چهارم بجملهٔ چهارم

و این عمل را تفضیل نسبت نامند ـ در این عمل اگر a از b کوچکتر باشد c نیز از d کوچکتر بوده و آنوقت باید تفضیل نسبت را در صورت هشتم یعنی $\frac{b}{a}=\frac{d}{c}$ اجرا نمود .

تبصره - ترکیب و تفضیل نسبت را در صورتهای هفتگانهٔ دیگر تناسب $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ نیز میتوان انجام داده صورتهای تازه ای بدست آورد .

۲۲۹ - مورد استعمال . اگر دو یا چند نسبت برابر داشته باشیم نسبت حاصل جمع برخه شمارها بحاصل جمع برخه نامها برابر هریک از نسبتها میباشد .

فرض کنیم $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ باشد چنانکه دیدیم این نسبت را میتوان بصورت $\frac{b}{d}=\frac{a}{c}$ نوشت اگر در این تناسب اخیر ترکیب نسبت کنیم بصورت $\frac{b+d}{d}=\frac{a+c}{c}$ در میآید و چون در این تناسب جای دو میان را عوض کنیم چنین خواهیم داشت $\frac{a+c}{b+d}=\frac{c}{d}$ پس $\frac{a+c}{b+d}=\frac{c}{d}=\frac{a}{b}$

تحقیق در چگونگی این خاصیت وقتی بیش از دو نسبت برابر داشته باشیم بر عهدهٔ دانش آموز است .

۲۳۰ ـ نتیجه مهم - اگر در تناسبی یکی از چهار جمله مجهول و سه جملهٔ دیگر معلوم باشند میتوان از خاصیت اصلی تناسب استفاده نموده جملهٔ مجهول را که معمولاً بحرف ا نمایش داده میشود بدست آورد

مثال - میخواهیم جملهٔ مجهول ا را در تناسب $\frac{ا}{۱۰}=\frac{۱۲}{۸}$ بدست آوریم بموجب خاصیت اصلی تناسب میدانیم حاصل ضرب دو کرانه برابر حاصل ضرب دو میان است یعنی $ا \times ۸ = ۱۰ \times ۱۲$ یعنی هشت برابر جملهٔ مجهول برابر ۱۰×۱۲ میباشد پس جملهٔ مجهول برابر $ا=\frac{۱۰\times۱۲}{۸}=\frac{۱۲۰}{۸}=۱۵$ است و چنانکه دیده میشود $\frac{۱۵}{۱۰}=\frac{۱۲}{۸}$

۲۳۱ ـ قاعده ـ اگر یکی از دو میان تناسبی مجهول باشد برای

بدست آوردن آن کافیست حاصل ضرب دو کرانه را برمیان معلوم قسمت کرد ــ و اگر یکی از دو کرانهٔ تناسبی مجهول باشد برای بدست آوردن آن کافیست حاصل ضرب دومیان را بر کرانهٔ معلوم قسمت نمود .

۲۳۲ واسطهٔ هندسی- هرگاه در تناسبی دومیان برابر باشند مانند $\frac{a}{b}=\frac{b}{c}$ گویند که b واسطهٔ هندسی است بین a و c و آنرا چنین نیز مینویسند $a^{۲}=bc$ ــ بعبارهٔ دیگر هرگاه توان دوم عددی برابرحاصل ضرب دو عدد دیگر باشد گوئیم این عدد واسطهٔ هندسی بین آن دو عدد میباشد .

مثال - عدد ٦ واسطهٔ هندسی است بین ٤ و ۹ زیرا $٦^{۲}=٤\times۹$
پس $\frac{٤}{٦}=\frac{٦}{۹}$

۲۳۳ - واسطه عددی - ــ هرگاه عددی برابر نصف مجموع دو عدد دیگر باشد آن را واسطهٔ عددی بین آن دوعدد خوانند

مثلا اگر $b=\frac{a+c}{۲}$ ویا $۲b=a+c$ باشد b واسطهٔ عددی است بین دوعدد c و a

مثال- عدد ۷ واسطهٔ عددی است بین ٤ و ۱۰ زیرا $\frac{٤+۱۰}{۲}=۷$ و آنرا نیز میتوان چنین نوشت $۷-٤=۱۰-۷$

تناسب مستقیم و تناسب معکوس

مثال - ۱ سیمی ازآهن داریم که یك متر آن ۲۵ گرم وزن دارد مسلم است دو متر آن $۲\times۲۵=۵۰$ گرم وزن خواهد داشت و سه متر آن $۳\times۲۵=۷۵$ گرم وزن دارد ــ پس اگر دوقطعه از این سیم اختیار

کنیم که درازای یکی ازآنها مثلا ۷ برابر درازای دیگری باشد وزن آن نیز ۷ برابر وزن دیگری خواهد بود - بعبارة دیگر اگر درازای سیم مثلا ۷ برابر گردد وزن آن نیز ۷ برابر میشود یعنی نسبت درازای دو قطعه سیم برابر نسبت وزن آنها خواهد بود :

$$\frac{\text{وزن قطعه سیم اول}}{\text{وزن قطعه سیم دوم}} = \frac{\text{درازای قطعه سیم اول}}{\text{درازای قطعه سیم دوم}}$$

این تناسب را بصورت زیرین میتوان نوشت :

$$\text{وزن یکمتر از سیم} = \frac{\text{وزن قطعه سیم دوم}}{\text{درازای قطعه سیم دوم}} = \frac{\text{وزن قطعه سیم اول}}{\text{درازای قطعه سیم اول}}$$

چنانکه در این مثال دیده میشود نسبت وزن هر قطعه سیم بدرازای آن برابر نسبت وزن قطعه دیگری از این سیم بدرازای آن میباشد یعنی بین وزن قطعه از سیم و درازای آن تناسبی وجود دارد و چون بازیاد شدن وزن سیم درازای آن زیادتر میشود و بالعکس با کم شدن وزن درازا نیز کم میگردد این تناسب را مستقیم خوانند.

۲۳۴ - تناسب مستقیم - گوییم دو چندی مستقیماً متناسب میباشند هرگاه اولی ۲ یا ۳ یا ۴ یا ... برابر گردد دومی نیز ۲ یا ۳ یا ۴ یا ... برابر شود یا اگر چندی اول ۲ یا ۳ یا ۴ ... برابر کوچکتر شود چندی دوم نیز ۲ یا ۳ یا ۴ یا ... برابر کوچکتر گردد.

مثال ۲ - فاصلهٔ بین دو شهرستان که در کنار راه آهن قرار گرفته اند برابر ۳۶۰ کیلومتر میباشد - اگر ترنی با تندی ۹۰ کیلومتر در ساعت حرکت کند این فاصله را در $۴ = \frac{۳۶۰}{۹۰}$ ساعت طی مینماید - اگر ارابه ای داشته باشیم که در ساعت ۶ کیلومتر بپیماید این فاصله را در $۶۰ = \frac{۳۶۰}{۶}$ ساعت خواهد پیمود - معلوم میشود هر قدر وسیلهٔ نقلیه تندتر حرکت کند مسافت معینی را در مدت کمتری می‌پیماید - چون راهی را که ترن در یکساعت می‌پیماید که عبارتست از تندی آن و برابر

۹۰ کیلومتر میباشد پانزده برابر راهی است که ارابه در یکساعت میپیماید که عبارتست از تندی ارابه و برابر ٦ کیلومتر میباشد پس مدتی را که ارابه در راه خواهد بود پانزده برابر مدتی است که ترن در راه میباشد بعبارهٔ دیگر اگر تندی وسیله نقلیه پانزده برابر بزرگتر گردد مدتی را که این وسیله برای پیمودن راه معینی لازم دارد پانزده مرتبه کوچکتر میشود یا $\frac{۶۰}{۴} = \frac{۹۰}{۶}$ و یا

$$\frac{\text{مدتی که ارابه در راه بوده}}{\text{مدتی که ترن در راه بوده}} = \frac{\text{تندی ترن}}{\text{تندی ارابه}}$$

و یا

$$\frac{\text{مدتی که ارابه در راه است}}{\text{تندی ارابه}} = \frac{\text{تندی ترن}}{\text{مدتی که ترن در راه است}}$$

چنانکه در این مثال دیده میشود نسبت تندی یك متحرك بمدتی که این متحرك راه معینی را میپیماید برابر است با نسبت مدتی که متحرك دیگر همین راه را میپیماید به تندی آن ــ بعبارهٔ دیگر نسبت تندی متحرك اول بمدتی که در راه است برابر عکس نسبت تندی متحرك دوم است بمدتی که در راه میباشد ــ یعنی بین تندی یك متحرك و مدتی که این متحرك راه معینی را میپیماید تناسبی وجود دارد و چون با زیاد شدن تندی مدت کم میگردد این تناسب را معکوس خوانند ــ

۲۳۵ ـ تناسب معکوس ـ گوئیم دو چندی معکوساً متناسب میباشند هرگاه اولی ۲ یا ۳ یا ٤ یا . . . برابر بزرگ گردد دومی ۲ یا ۳ یا ٤ یا . . . برابر کوچکتر شود و بالعکس اگر اولی ۲ یا ۳ یا ٤ یا . . . برابر کوچکتر گردد دومی ۲ یا ۳ یا ٤ یا . . . برابر بزرگتر شود

تناسب ساده

۳۴۶ - تعریف ـ اگر دو چندی متغیر داشته باشیم که مستقیماً یا معکوساً متناسب باشند و دو مقدار از چندی اول و مقدار نظیر یکی از این دو مقدار از چندی دوم در دست باشند مقصود از حل این تناسب ساده بدست آوردن مقداری از چندی دوم است که نظیر مقدار دیگر از چندی اول باشد ـ

مثال ۱ ـ شخصی فاصله دو دهستان را که ۱۸ کیلو متر است در ۳ ساعت می‌پیماید میخواهیم بدانیم همین شخص فاصله دو دهستان دیگر را که ۲۷ کیلو متر است در چه مدت طی خواهد نمود ـ چنانکه دیده میشود در این مثال ما دو چندی متغیر داریم یکی زمان و دیگری مسافت پیموده شده در این زمان ـ واضح است که این دو چندی مستقیماً متناسب میباشند زیرا اگر مدتی را که شخص در راه است ۲ یا ۳ یا ۴ یا . . . برابر کنیم مسافتی که در این مدت پیموده ۲ یا ۳ یا ۴ یا . . . برابر میگردد ـ

از چندی اول که مسافت است دو مقدار یکی ۱۸ کیلو متر و دیگری ۲۷ کیلو متر معلوم میباشند و از چندی دوم فقط ۳ ساعت که نظیر ۱۸ کیلو متر است در دست میباشد منظور ما تعیین مقداری از زمان است که متناظر با ۲۷ کیلو متر میباشد ـ اگر مجهول را با حرف x نمایش دهیم با تعریف تناسب مستقیم چنین خواهیم داشت

$$\frac{\text{۳ ساعت}}{x\ \text{ساعت}} = \frac{\text{۱۸ کیلو متر}}{\text{۲۷ کیلو متر}}$$

و از آنجا با استفاده از خصیت اصلی تناسب $۲۷ \times ۳ = x \times ۱۸$ یعنی

۱۸ برابر مقدار مجهول برابر حاصل ضرب ۲۷ × ۳ میباشد پس چنین

داریم $x = \frac{۳ \times ۲۷}{۱۸} = \frac{۸۱}{۱۸} = ۴\frac{۱}{۲}$ ساعت یعنی آن شخص ۲۷ کیلو

متر را در چهار ساعت و نیم طی مینماید

۲۳۷ - قاعده ۳ ـ در تناسب مستقیم برای یافتن مقدار مجهول کافیست عدد همجنس x را در مقدار نظیر x از چندی دیگر ضرب نموده حاصل ضرب را بر مقدار نظیر عدد همجنس x تقسیم کنیم

۲۳۸ - طرز عمل ـ معمولا در حل تناسب ساده سه جمله معلوم و جمله مجهول را بطریقی مینویسیم که هر یك از این جمله ها در یکی از گوشه های مربع مستطیلی قرار گیرند و هر دو جملهٔ هم جنس زیر یکدیگر واقع شوند ـ برای تعیین

۳ ساعت	۱۸ کیلو
x ساعت	۲۷ کیلو

مقدار x در تناسب مستقیم دو جمله ای که در گوشه های مجاور x قرار گرفته اند در هم ضرب نموده حاصل ضرب را برجمله معلوم دیگر تقسیم میکنیم ـ در عمل از رسم مربع مستطیل صرف نظر میشود

مثال ۲ - برای ساختن قطعهٔ از راه لازمست ۲۶ کارگر در مدت ۶ روز کار کنند ـ میخواهیم بدانیم اگر بجای ۲۶ کار گر فقط ۱۲ کارگر داشته باشیم کار در چه مدت تمام میشود ـ

چنانکه دیده میشود در این مثال نیز دو چندی متغیر داریم یکی شمارهٔ کارگر ها و دیگری شمارهٔ روز های کار و واضح است که این دوچندی معکوساً متناسبند ـ زیرا اگر در انجام کار معینی شمارهٔ کارگرها ۲ یا ۳ یا ۴ . . . برابر گردد مدت لازم برای انجام آن کار ۲ یا ۳ یا ۴ یا . . . مرتبه کوچك میگردد و بالعکس اگر شماره کارگرها ۲ یا ۳

یا ٤ یا . . . مرتبه کم گردد مدت لازم برای انجام کار ۲ یا ۳ یا ٤ یا . . . مرتبه زیاد میگردد ـ از چندی اول که شمارهٔ کارگر هاست دو مقدار ۲۶ و ۱۲ معلوم میباشد و از چندی دوم فقط ۶ روز که نظیر ۲۶ کارگر است در دست است ـ منظور ما از حل این مسئله تعیین مدتی است از زمان کـه متناظر با ۱۲ کارگر میباشد ـ اگر مجهول را به x نمایش دهیم با تعریف تناسب معکوس چنین خواهیم داشت :

$$\frac{\text{۶ روز}}{\text{x روز}} = \frac{\text{۱۲ کارگر}}{\text{۲۶ کارگر}} \quad \text{و یا} \quad ۱۲\,x = ۶ \times ۲۶$$

یعنی ۱۲ برابر مقدار مجهول برابر حاصل ضرب ۲۶ × ۶ میباشد

پس مجهول ما برابر است با ۱۳ $=\frac{۶\times۲۶}{۱۲}=$ x روز یعنی ۱۲ کارگر آن کاررا در ۱۳ روز انجام میدهند

۳۳۹ ـ قاعده ۳ ـ در تناسب معکوس برای یافتن مقدار مجهول کافیست عدد هم جنس x را در مقدار نظیر خودش ضرب کرده حاصل ضرب را بر مقدار نظیر x قسمت کنیم

۳۴۰ ـ طرز عمل ـ معمولا درحل تناسب معکوس نیز سه جملهٔ معلوم و جملهٔ مجهول را بطریقی مینویسیم که هر یك از این جمله ها دریکی از گوشه های مربع مستطیلی قرار گیرند و هر دو جملهٔ همجنس زیر یکدیگر واقع شوند برای تعیین مقدار x در تناسب معکوس دو جملهٔ سطری را که حاوی x نمیباشد دریکدیگر ضرب کرده حاصل را برجملهٔ معلوم سوم قسمت میکنیم ـ معمولا درعمل از رسم مربع مستطیل صرف نظر میشود .

۶ روز	۲۶ کارگر
x روز	۱۲ کارگر

تبصره ـ در هر یك از دومثال بالا اول نوع تناسب را ازحیث

مستقیم و یا معکوس بودن تعیین نموده سپس راه‌حل هر یك از دو نوع را ذکر کردیم ـ ولی برای حل هر نوع تناسب قاعدهٔ کلی و عمومی موجوداست موسوم بقاعده تحویل بیك که در زیر بذکر آن میپردازیم:

۴۴۱ - تحویل بیك ـ طرز ساده‌ایست برای حل هر گونه تناسب بدون توجه باینکه تناسب مفروض مستقیم است یامعکوس

حل مثال ۱ ـ شخصی فاصلهٔ دو دهستان را که ۱۸ کیلو متر است در ۳ ساعت میپیماید میخواهیم بدانیم همین شخص فاصله دو دهستان دیگررا که ۲۷ کیلو متر است درچه مدت طی مینماید ـ

اگر ما بتوانیم تعیین کنیم این شخص یك کیلو متر را در چه مدت میپیماید باضرب این مدت در ۲۷ معلوم میکنیم که ۲۷ کیلو متر را در چه مدت خواهد پیمود ـ اما میدانیم این شخص ۱۸ کیلو متر را در ۳ ساعت می پیماید ـ پس برای تعیین مدت پیمودن یك کیلومتر باید ۳ ساعت را به ۱۸ کیلو متر قسمت کنیم میشود $\frac{۳}{۱۸}$ ساعت و این عدد عبارتست از مدتی که در آن مدت شخص مفروض یك کیلو متر راه را می پیماید و چون برای پیمودن ۲۷ کیلو متر ۲۷ مرتبه بیشتر وقت لازم خواهد بود مقدار مجهول ما عبارتست از $۲۷ \times \frac{۳}{۱۸} = ٤\frac{۱}{۲}$ که همان چهار ساعت ونیم است که درپیش یافتیم.

حل مثال ۲ ـ برای ساختن قطعه ای از راه لازم است ۲۶ کارگر مدت ٦ روز کار کنند میخواهیم بدانیم اگر بجای ۲٦ کار گر ۱۲ کار گر داشته باشیم کار مفروض در چه مدت تمام میشود

اگر ما بتوانیم تعیین کنیم یك کار گر بتنهائی کار مفروض را در چه مدت انجام میدهد با تقسیم این مدت بر ۱۲ میتوانیم بآسانی معلوم کنیم که ۱۲ کار گر آن کار را در چه مدت تمام میکنند ـ اما

میدانیم ۲۶ کارگر در ۶ روز آن کار را انجام میدهند پس یک کارگر بتنهائی همان کار را در ۲۶ مرتبه بیشتر وقت یا ۶ × ۲۶ روز انجام میدهد ـ این عدد عبارتست از شمارهٔ روزهای لازم برای اینکه یکنفر کارگر بتنهائی کار مفروض را تمام کند ـ پس اگر ۱۲ کارگر داشته باشیم مدت لازم برای انجام‌کار ۱۲ مرتبه کمتر و یا برابر ۱۳ = $\frac{۲۶ \times ۶}{۱۲}$ است که همان جواب سابق میباشد

۳۴۳ ـ تبصره مهم ـ با ذکر این دو مثل طرز حل مسائل تناسب با قاعدهٔ تحویل بیک معلوم گشت ـ در هر مسئله جنس طرز بیان ممکن است کمی تفاوت کند ولی با مختصر تمرین آشنائی کامل باین قاعده حاصل میگردد ـ

لازمست همواره دانش آموزان وادارند مسائل تناسب را **منحصراً** با قاعده تحویل بیک حل کنند.

تناسب مرکب

۳۴۴ ـ تعریف ـ اگر چند چندی مختلف متناسب داشته باشیم و از هر یک از آنها یک مقدار معلوم باشد بطوریکه این مقادیر متناظر یکدیگر باشند مقصود از حل تناسب مرکب تعیین مقدار بالای از این چندیهاست وقتی سایر مقادیر چندیهای دیگر تغییر نمایند

مثال ۱ ـ ۵ نفر کارگر ۶۰ متر مکعب خاک برداری را در ۸ روز کار انجام میدهند ـ میخواهیم بدانیم ۱۲ نفر کارگر ۱۸۰ متر مکعب خاک برداری را در چه مدت انجام میدهند ـ مقادیر معلوم و مقدار مجهول مسئله را بطور ذیل در نظر میگیریم :

برای حل مسئله ابتدا فرض میکنیم که میخواهیم ۱۲ کارگر

۵ کارگر	۶۰ مترمکعب	۸ روز
« ۱۲	« ۱۸۰	« x

همان ۶۰ متر مکعب را خاك برداری کنند و مدت لازم را برای انجام این عمل تعیین میکنیم یعنی میگوئیم ۵ کارگر ۶۰ متر مکعب خاك برداری را ۸ روز انجام میدهند پس ۱۲ نفر کارگر همان کار را در چند روز تمام میکنند ـ مقدار کار برای هر دو دسته برابر و تناسب معکوس است و مقدار مجهول برابر است با $\frac{8\times5}{12}$ یعنی ۱۲ کارگر در $\frac{8\times5}{12}$ روز ۶۰ متر مکعب خاك برداری میکنند ـ حال میخواهیم بدانیم همین عده برای خاك برداری ۱۸۰ متر مکعب چندروز باید کار کنند ـ در اینجا تناسب مستقیم و مجهول ما برابر است با

$$x = \frac{8\times5}{12}\times\frac{180}{60} = \frac{8\times5\times180}{12\times60} = 10 \text{ روز}$$

پس ۱۰ روز جواب مسئله است.

حل این مثال با تحویل بیك ـ برای حل این مسئله باقاعده تحویل بیك طرز استدلال بطریق زیرین است گوئیم :

چون ۵	کارگر	مقدار	۶۰	مترمکعب خاك برداری را در		۸	روز انجام میدهند
پس ۱	»	»	۶۰	»	»	8×5	» »
» ۱	»	»	۱	»	»	$\frac{8\times5}{60}$	» »
» ۱۲	»	»	۱	»	»	$\frac{8\times5}{60\times12}$	» »
» ۱۲	»	»	۱۸۰	»	»	$\frac{8\times5\times180}{60\times12}$	» »

همان جواب که دربالا یافتیم باز بدست آمده

$$X = \frac{8\times5\times180}{60\times12} = 10 \text{ روز}$$

مثال ۴ - ۸ دروگر در مدت ۱۲ روز مزرعهٔ را که درازای آن یك کیلومتر و پهنای آن ۱۲۰ متراست درو میکنند در صورتیکه روزی

۹ ساعت کار کنند ــ میخواهیم بدانیم اگر ٦ دروگر بخواهند در ۱۵ روز مزرعه را که درازای آن ۸۰۰ متر و پهنای آن ۱۵۰ متر است درو کنند روزی چند ساعت باید مشغول کار باشند

مقادیر معلوم و مقدار مجهول مسئله را بدینطریق مینویسیم:

۸ دروگر ۱۲ روز ۱۰۰۰ متر درازا ۱۲۰ متر پهنا ۹ ساعت

» ٦ » ۱۵ » ۸۰۰ » ۱۵۰ » x

برای حل این مسئله ابتدا فرض میکنیم فقط شمارهٔ کارگرها تغییر کرده باشد پس گوئیم اگر ۸ دروگر با روزی ۹ ساعت کارکاری را انجام میدهند ٦ دروگر همان کار را با روزی (تناسب معکوس) $\frac{۹\times۸}{٦}$ ساعت کار انجام خواهند داد ــ حال اگر بجای ۱۲ روز همین ٦ نفر ۱۵ روز کار کنند باید روزی (تناسب معکوس) $\frac{۱۲}{۱۵}\times\frac{۹\times۸}{٦}$ ساعت کار کنند ــ و اگر درازای مزرعه بجای ۱۰۰۰ متر ۸۰۰ متر بشد باید روزی (تناسب مستقیم) $\frac{۸۰۰}{۱۰۰۰}\times\frac{۹\times۸\times۱۲}{٦\times۱۵}$ ساعت کار کنند و بالاخره اگر پهنای مزرعه بجای ۱۲۰ متر ۱۵۰ متر بشد باید با همین عده و همان شرایط روزی (تناسب مستقیم) $\frac{۱۵۰}{۱۲۰}\times\frac{۹\times۸\times۱۲\times۸۰۰}{٦\times۱۵\times۱۰۰۰}$ ساعت کار کنند و این مقدار همان مجهول مسئله است که برابر است با:

$$\frac{۹\times۸\times۱۲\times۸۰۰\times۱۵۰}{٦\times۱۵\times۱۰۰۰\times۱۲۰} = ۹ \text{ ساعت } ۳٦ \text{ دقیقه}$$

حل این مثال با تحویل بیك ــ برای حل این مسئله بقاعده تحویل بیك طرز استدلال بطریق زیرین است گوئیم:

برای اینکه ۸ درو گر در ۱۲ روز مزرعهٔ را بدرازای ۱۰۰۰ متر و پهنای ۱۲۰ متر درو کنند باید روزی ۹ ساعت کار کنند

»	۱	»	۱۲	»	»	۱۰۰۰	»	۱۲۰	»	»	$۹×۸$	»
»	۱	»	۱	»	»	۱۰۰۰	»	۱۲۰	»	»	$۹×۸×۱۲$	»
»	۱	»	۱	»	»	۱	»	۱۲۰	»	»	$\frac{۹×۸×۱۲}{۱۰۰۰}$	»
»	۱	»	۱	»	»	۱	»	۱	»	»	$\frac{۹×۸×۱۲}{۱۰۰۰×۱۲۰}$	»
»	۶	»	۱	»	»	۱	»	۱	»	»	$\frac{۹×۸×۱۲}{۱۰۰۰×۱۲۰×۶}$	»
»	۶	»	۱۵	»	»	۱	»	۱	»	»	$\frac{۹×۸×۱۲}{۱۰۰۰×۱۲۰×۶×۱۵}$	»
»	۶	»	۱۵	»	»	۸۰۰	»	۱	»	»	$\frac{۹×۸×۱۲×۸۰۰}{۱۰۰۰×۱۲۰×۶×۱۵}$	»
»	۶	»	۱۵	»	»	۸۰۰	»	۱۵۰	»	»	$\frac{۹×۸×۱۲×۸۰۰×۱۵۰}{۱۰۰۰×۱۲۰×۶×۱۵}$	»

جواب مسئله همانست که بطریق بالا بدست آمده : ۳۶ دقیقه ۹ ساعت = $\frac{۹×۸×۱۲×۸۰۰×۱۵۰}{۱۰۰۰×۱۲۰×۶×۱۵}$ = ٫۶

۳۴۴ - تبصره ۱ - برای آسان کردن عمل در هر نوع تناسب میتوان پیش از شروع بحل مسئله دوجمله را که در هریك ازستونها قرار گرفته اند بر بزرگترین مقسوم علیه مشترکشان قسمت نمود زیرا در برخه ای که جواب مسئله را بدست خواهد داد یکی از این دوجمله در برخه شمار ودیگری دربرخه نام قرار خواهد گرفت - مثلا اگر درمثال بالا این عمل را انجام دهیم تناسب چنین خواهد شد :

و مقدار x که از روی آن بدست خواهد آمد بدین صورتست :

ساعت	متر پارچه	متر درازا	روز	کارگر
۹	٤	٥	٤	٤
X	٥	٤	٥	۳

x = [illegible] = ۹ ساعت ۳۶ دقیقه که ازصورتی که در بالا یافتیم خیلی ساده تر است

تبصره ۲ - لازمست دانش آموزان را [illegible] تمرین زیاد عادت داد که ازنوشتن عملهای جزئی در حل مسئله های تناسب خودداری نموده یعنی استدلال را درذهن انجام داده نتیجه را بتدریج بنویسند.

مسئله ها

مسئله ۱۳۰ - [illegible] ۲ [illegible] ٤٢٨,٠٣٢ متر میشود - [illegible] (۱٦٤٠,٨٢ متر)

مسئله ۱۳۱ - چه عددی [illegible] برابر $\frac{1}{2}$ گردد (عدد)

مسئله ۱۳۲ - [illegible]
از این قسمتها را [illegible]
[illegible]

۱ — تعیین نسبت ساعت جدید بساعت معمولی ودقیقه جدید بدقیقه معمولی و ثانیه جدید بثانیه معمولی

۲ — اگر ساعت جدید ۹۰ ثانیه ۸۵ دقیقه ۴ ساعت را نشان دهد ساعت معمولی چه وقتی را نشان خواهد داد

۳ — اگرساعت معمولی ۱۸ ثانیه ۲۴ دقیقه ۸ ساعت را نشان دهد ساعت جدید چه وقتی رانشان خواهد داد

مسئله ۱۳۳ — دوترن درروی یك خط حرکت مینمایند تندیهای آنها متناسبند با عددهای ۱۰ و ۹ ترن اول ۳۵۰ کیلومتر را در ۷ ساعت میپیماید میخواهیم بدانیم دومی ۱۴۴ کیلومتر را درچه مدت خواهد پیمود (۳ ساعت و ۱۲ دقیقه)

مسئله ۱۳۴ — کارگری $\frac{۳}{۷}$ کاری را در ۱۲ روز انجام داد کارگر دیگری داریم که کاری راکه اولی در ۴ ساعت انجام میداد در ۵ ساعت انجام میدهد . این کارگر دوم بقیه کار را درچه مدت تمام میکند و اگر پس از انجام کار رویهم مبلغ ۲۸۰ ریال دستمزد بگیرند بهریك چقدر میرسد (بقیه کار در ۲۰ روز تمام میشود دستمزد اولی ۱۲۰ ریال ـ دستمزد دومی ۱۶۰ ریال)

مسئله ۱۳۵ — درکارخانهٔ ۲۸ مرد و۱۲ زن و ۱۵ طفل کارمیکنند ـ پس از ۶ روزکار هفتگی مزد همه آنها ۲۳۸۲ ریال است ـ میدانیم مزد روزانهٔ ۳ مرد برابر مزد روزانه ۵ زن ومزد روزانهٔ یك زن دوبرابر مزد روزانهٔ یك بچه است تعیین کنید مزدروزانه یك مردویك زن و یك بچه را (مرد ۱۰ ریال زن ۶ ریال طفل ۳ ریال)

مسئله ۱۳۶ — شعاع چرخهای جلو یك درشکه ۴۵ سانتیمتروقطر چرخهای عقب آن ۱۲۰ سانتیمتر است. اگر پس از طی مسافتی چرخهای جلو ۱۰۰۰ دور بیش از چرخهای عقب چرخیده باشند تعیین کنید اولا درشکه چه مسافتی را پیموده وثانیاً هریك ازچرخها چند دورچرخیده اند ۳٫۱۴ = پی (مسافت طی شده ۱۱۳۰۴ متر چرخ های جلو ۴۰۰۰ دور ـ چرخهای عقب ۳۰۰۰ دور)

مسئله ۱۳۷ — برای تغییر مسیل یك شهرستان بایدخندقی کنند بدرازی ۳۰ متر وپهنای ۶ متر ـ یك دسته کارگر انجام اینکار را برای ۲۰ روز تعهد نمودند ولی ۴ نفر ازکارگران ۱۵ روز نتوانستند درکار شرکت کنند واز این جهت کار پس از ۲۵ روزتمام شد درصورتیکه میدانیم هرکارگر بطور متوسط روزی ۳ متر مکعب خاك برداری

میکنند معین کنید اولا گودی خندق را و ثانیاً شماره همه کارگرانرا (گودی خندق ٤ متر شمارهٔ کارگران ۱۲ نفر)

۲ ۱

۳

مسئله ۱۳۸ — سه قطعه زمین‌داریم بشکل مربع مستطیل که ارزش یکمتر آنهایکی‌است وطوری پهلوی یکدیگر قرار گرفته اند که پهناهای اولی و دومی از طرفی و درازا های دومی و سومی ازطرف دیگر برابر میباشند مجموع درازاها ۱۱۰ متر ومجموع پهناها ٦۸ متر است ومیدانیم‌که جمعاً این سه قطعه زمین ۲۰۱٦۰ ریال ارزش دارند و بهای آنهاهم بترتیب متناسبند باعدد های ۱۰ و ٦ و ٥ معلوبست درازا و پهنای هرقطعه وبهای یك متر مربع آنها (درازاها بترتیب ٥۰ و ۳۰ و ۳۰ متر و پهنا ها بترتیب ۲٤ و ۲٤ و ۲۰ متر - بهای یکمتر مربع ۸ ریال)

مسئله ۱۳۹ — دو قطعه زمین داریم‌که نسبت مساحت اولی بدومی مثل ۲ است به ۳ و قیمت ٤ متر مربع اولی برابر قیمت ۳ متر مربع دومی است درصورتیکه دو قطعه زمین رویهم ۳۰ آر مساحت و ۱٦۲۰۰ ریال ارزش دارند معلوم کنید مساحت وقیمت یکمتر مربع هر قطعه را (مساحت اولی ۱۲۰۰ متر مربع - مساحت دومی ۱۸۰۰ مترمربع بهای‌مترمربع اولی ٤٫٥ ریال - بهای متر مربع دومی ٦ ریال)

بخش دهم

مرابحه

۱ - مرابحه ساده

۲۴۵ - تعریف - همانطور که اگر شخصی ملك یا خانه یا هر چیزی را که بتوان از آن در صنعت یا کشاورزی یا بازرگانی یا در شئون دیگر زندگانی استفاده نمود برای مدت معینی باختیار شخصی یا بنگاه دیگری بگذارد پس ازانقضای این مدت عین آن چیز باضافه مبلغی بعنوان مال الاجاره یا اجرت المثل دریافت میدارد - بهمانقسم هم اگر شخصی سرمایهٔ نقدی را برای مدت معینی باختیار شخصی یا بنگاهی بگذارد پس ازاین مدت عرف وعادت برای شخص وام دهنده حقی قائل شده که اضافه بپولی که بوام داده است از وام گیرنده دریافت میدارد این عمل را مرابحه و مبلغی که اضافه برسرمایهٔ اصلی دریافت شده سود خوانند.

۲۴۶ چهار چندی مرابحه - در مرابحه چهار چندی دخالت مینمایند: ۱ - سرمایه ۲ - سود ۳ - نرخ ٤ - مدت

۲۴۷ - سرمایه - سرمایه عبارتست از مبلغی که در ابتدای مرابحه از طرف وام دهنده باختیار وام گیرنده گذاشته میشود.

۲۴۸ - سود - مبلغی است که در آخر کار علاوه بر سرمایه از طرف وام گیرنده بوام دهنده داده میشود.

۲۴۹ - نرخ - نرخ قراری است که برای تعیین مقدار سود بین وام دهنده و وام گیرنده گذارده میشود - معمولا نرخ عبارتست ازسود

۱۰۰ ریال در یکسال و گاهی هم سود ۱۰ ریال را در یکماه نرخ مرابحه قرار میدهند.

مثلا - اگر سود ۱۰۰ ریال را در یکسال ۶ ریال تعیین کنند گویند نرخ مرابحه برابر صدی ۶ است و آنرا چنین نمایش میدهند ٪۶ یعنی ۰٫۰۶ ریال سود هر ریال است.

۲۵۰ - مدت ـ زمانی است که سرمایه وام گرفته شده در اختیار وام گیرنده میباشد.

۲۵۱ - چهار مسئله مرابحه - چهار چندی سرمایه و سود و نرخ و مدت در مرابحه با یکدیگر متناسب میباشند و در هر مسئله وقتی یکی از این چهار جمله مجهول باشد میتوان مقدار آنرا بتشکیل یک تناسب مرکب بدست آورد چون فلان است مقدار هر یک از این چهار چندی مجهول باشد مسئله های مرابحه به چهار نوع تقسیم میشوند که ما آنها را بترتیب حل خواهیم نمود.

۲۵۲ - مسئله ۱ - بدست آوردن سود ـ شخصی ۲۴۰۰۰ ریال سرمایه را با نرخ ٪۸ برای مدت سه سال بوام داد معین کنید پس از این مدت چه مقدار سود عایدش میشود.

حل - نرخ مرابحه صدی هشت است یعنی ۱۰۰ ریال سرمایه در یکسال ۸ ریال سود میدهد ـ حال میخواهیم بدانیم ۲۴۰۰۰ ریال درسه سال چقدر سود میدهد لذا برای این مسئله حل این تناسب مرکب راجع میشود:

ریال سود	سال	ریال سرمایه
۸	۱	۱۰۰
x	۳	۲۴۰۰۰

این تناسب مرکب را با قاعده تحویل بیك حل میکنیم - گوئیم ۱۰۰ ریال سرمایه‌در یکسال ۸ ریال سود میدهد پس یکریال درهمین مدت $\frac{۸}{۱۰۰}$ ریال و ۲۴۰۰۰ ریال سرمایه در همین مدت $\frac{۲۴۰۰۰ \times ۸}{۱۰۰}$ ریال سود میدهد - این سود یکسالهٔ سرمایه ماست پس سود ۳ سالهٔ آن میشود

$$\frac{۲۴۰۰۰ \times ۸ \times ۳}{۱۰۰} = ۵۷۶۰ \text{ ریال}$$

۳۵۳ - دستور - چنانکه دیده میشود برای بدست آوردن سود باید حاصل ضرب سرمایه در نرخ در مدت (بسال) را بر ۱۰۰ تقسیم نموده و یا بادر نظر گرفتن اینکه $\frac{۸}{۱۰۰}$ سود سالیانه یکریال است میتوان دستور را چنین بیان کرد: سود مساویست باحاصل ضرب سرمایه در مدت (بسال) در سود سالیانه یکریال.

$$\text{سود} = \frac{\text{سرمایه} \times \text{نرخ} \times \text{مدت(بسال)}}{۱۰۰} = \text{سرمایه} \times \text{سود سالیانه یکریال} \times \text{مدت(بسال)}$$

تبصره - دستوری که در بالا گفته شد کلی است و اگر مدت مرابحه شامل برخه‌ای ازسال باشد بدواً آنرا تجنیس میکنیم یعنی درهر صورت مدت را یا بصورت عدد درست و یا بصورت عدد برخه ای بایکهٔ سال نمایش داده در دستور قرار میدهیم.

مثال - اگر در مسئله پیش مدت مرابحه ۳ سال و هفت ماه و ۲۳ روز باشد نخست مدت را چنین مینویسیم:

$$۳ \times ۳۶۰ + ۷ \times ۳۰ + ۲۳ = ۱۰۸۰ + ۲۱۰ + ۲۳ = ۱۳۱۳ \text{ روز}$$

پس مدت ما برابر $\frac{۱۳۱۳}{۳۶۰}$ سال میباشد و چون این برخه را بجای مدت در دستور بالا قرار دهیم سود ما میشود: (تقریباً) $\frac{۲۴۰۰۰ \times ۸ \times ۱۳۱۳}{۱۰۰ \times ۳۶۰} = ۷۰۰۲$ ریال

۳۵۴ مسئله - ۲ - بدست آوردن سرمایه - چه سرمایه بانرخ ۵ر۷٪ درمدت ٤ سال ۱۵۰۰ ریال سود میدهد

تناسب مرکبی بدینطریق تشکیل میدهیم

ریال سود	سال	ریال سرمایه
۷٫۵	۱	۱۰۰
۱۵۰۰	۴	x

میدانیم ۷٫۵ ریال سود ۱۰۰ ریال است در یکسال پس سود یکریال در همین مدت $\frac{۷٫۵}{۱۰۰}$ ریال خواهد بود.

پس برای بدست آوردن سرمایهٔ که سودش در یکسال ۱۵۰۰ ریال است کافیست ۱۵۰۰ ریال را بر $\frac{۷٫۵}{۱۰۰}$ قسمت کنیم میشود $\frac{۱۰۰ \times ۱۵۰۰}{۷٫۵}$ این مقدار سرمایهٔ است که در یکسال ۱۵۰۰ ریال سود میدهد پس سرمایه که در چهار سال ۱۵۰۰ ریال سود بدهد عبارت خواهد بود از:

$$\frac{۱۰۰ \times ۱۵۰۰}{۷٫۵ \times ۴} = ۵۰۰۰ \text{ ریال}$$

۳۵۵ - دستور - چنانکه دیده میشود برای بدست آوردن سرمایه باید سود را در ۱۰۰ ضرب نموده حاصل را بر حاصل ضرب نرخ در مدت (بسال) تقسیم نمود و یا سود کلی را بر حاصل ضرب مدت (بسال) در سود سالیانه یکریال تقسیم کرد

$$\text{سرمایه} = \frac{\text{سود} \times ۱۰۰}{\text{نرخ} \times \text{مدت}} = \frac{\text{سود}}{\text{مدت (بسال)} \times \text{سود سالیانه یکریال}}$$

۳۵۶ - مسئله ۳ - بدست آوردن نرخ - ۵۴۰۰ ریال سرمایه از قرار چه نرخی در مدت ۴ سال و نیم ۱۲۱۵ ریال سود میدهد؟

حل - برای حل این مسئله تناسب مرکبی بدینطریق تشکیل میدهیم:

ریال سود	سال	ریال سرمایه
۱۲۱۵	۴½	۵۴۰۰
x	۱	۱۰۰

گوئیم ۱۲۱۵ ریال سود ۵۴۰۰ ریال است در چهار سال و نیم پس

سود یکریال در همین مدت میشود $\frac{۱۲۱۵}{۵۴۰۰}$ و سود ۱۰۰ ریال درهمین‌مدت میشود $\frac{۱۰۰\times۱۲۱۵}{۵۴۰۰}$ حال گوئیم این مقدار عبارتست از سود ۱۰۰ ریال در چهار سال و نیم پس سود ۱۰۰ ریال در یکسال که عبارت از نرخ باشد میشود: $\frac{۱۰۰\times۱۲۱۵}{۵۴۰۰\times۴\frac{۱}{۲}}=۵$ ریال

پس نرخ مرابحه ۵٪ است

۲۵۷ دستور - برای بدست آوردن نرخ - باید ۱۰۰ برابر سود را برحاصل ضرب سرمایه درمدت (بسال) تقسیم کنیم و یا برای بدست آوردن سود یکریال در یکسال سود کلی را بر حاصل ضرب سرمایه درمدت (بسال) تقسیم کنیم $\frac{\text{سود}\times۱۰۰}{\text{مدت (بسال)}\times\text{سرمایه}}=$ نرخ و

$\frac{\text{سود}}{\text{مدت (بسال)}\times\text{سرمایه}}=$ سود یکریال در سال

۲۵۸ مسئله ٤ - بدست آوردن مدت - میخواهیم تعیین کنیم ۳۶۰۰ ریال سرمایه با نرخ ۹٪ درچه مدت ۷۰۲ ریال سود میدهد؟

حل - برای حل این مسئله تناسب مرکبی بدین ترتیب تشکیل میدهیم:

ریال سود	سال	ریال سرمایه
۹	۱	۱۰۰
۷۰۲	x	۳۶۰۰

گوئیم ۱۰۰ ریال در یکسال ۹ ریال سود میدهد برای اینکه یکریال همین مقدارسود بدهد ۱۰۰ سال‌مدت لازم‌است و برای اینکه ۳۶۰۰ ریال همین اندازه سود بدهد $\frac{۱۰۰}{۳۶۰۰}$ سال لازم است - سرمایه ما درین مدت ۹ ریال سود میدهد و برای آنکه همین سرمایه یك ریال سود بدهد $\frac{۱۰۰}{۳۶۰۰\times۹}$ سال لازم است‌وبرای اینکه همان سرمایه ۷۰۲ ریال‌سود بدهد $\frac{۱۰۰\times۷۰۲}{۳۶۰۰\times۹}$ سال لازم است یعنی $\frac{۲۶}{۱۲}$ سال یا دو سال و دو ماه

۲۵۹ دستور ـ برای یافتن مدت (بسال) باید صد برابر سودرا بر حاصل ضرب سرمایه در نرخ تقسیم نمود و یا سود کلی را بر حاصل ضرب سرمایه در سود سالیانه یکریال تقسیم کرد

$$\text{مدت (بسال)} = \frac{\text{سود} \times ۱۰۰}{\text{سرمایه} \times \text{نرخ}} = \frac{\text{سود}}{\text{سرمایه} \times \text{سود سالیانه یکریال}}$$

۲۶۰ تبصره مهم ـ سه دستوری را که در نتیجه حل سه مسئله اخیر بدست آمد میتوان از دستور مسئله نخست استخراج کرد. دستور نامبرده چنین بود :

$$\text{سود} = \frac{\text{سرمایه} \times \text{نرخ} \times \text{مدت (بسال)}}{۱۰۰}$$

چون دو طرف این دستور را در ۱۰۰ ضرب و بترتیب بر حاصل ضرب دوسازه از سه سازه برخه شمار (یعنی سرمایه ـ نرخ ـ مدت) تقسیم کنیم مقدار هریک از سه سازه دیگر بترتیب بدست میآید

۲۶۱ سرمایه و سود ـ (اصل و فرع) گاهی در مسئله های مرابحه بجای آنکه سرمایه و یا سود هریک بتنهائی معلوم باشد مجموع آنها بنام سود و سرمایه در دست است ـ این نوع مسئله ها را مسائل سرمایه وسود (اصل و فرع) خوانند.

مسئله ـ سرمایه ای را بنرخ ۵ در مدت دوسال و هشت ماه به مرابحه گذارده ایم پس از این مدت مجموع اصل و فرع برابر ۵۱۰۰ ریال شده مطلوبست سرمایه و سود این مرابحه.

حل ـ قبلا تعیین میکنیم یکریال سرمایه با همین نرخ در همین مدت چقدر سود میدهد ـ گوئیم سود [illegible] ۱۰۰ پس یکریال سرمایه با این مرابحه [illegible] ریال سود میدهد بنابر این سود و سرمایه یکریال [illegible] ۱ [illegible] هریک

ریال از سرمایه ماپس از این مدت با این نرخ $\frac{۱۷}{۱۵}$ ریال سود و سرمایه جمعاً خواهدداشت پس برای تعیین سرمایهٔ که سرمایه وسود آن ۵۱۰۰ ریال است کافی است ۵۱۰۰ ریال را بر برخهٔ $\frac{۱۷}{۱۵}$ تقسیم کنیم خواهد شد

$$۵۱۰۰ : \frac{۱۷}{۱۵} = \frac{۱۵ \times ۵۱۰۰}{۱۷} = ۴۵۰۰ \text{ ریال}$$

۳۶۳ دستور - در مسئله های سود و سرمایه برای بدست آوردن سرمایه باید سود و سرمایه مفروض را بر سود و سرمایه یکریال تقسیم نمود :

$$\text{سرمایه} = \frac{\text{سود و سرمایه}}{\text{سود و سرمایه یکریال}} = \frac{\text{سود و سرمایه}}{۱ + (\text{مدت (بسال)} \times \text{سود سالیانه یک ریال})}$$

مسئله ها

مسئله ۱۴۰ - مجموع سرمایه دونفر ۱۰۸۰۰ ریال است اولی سرمایه‌خودرا با نرخ ۸٪ درمدت ۹ ماه بمرابحه داد ودومی سرمایه خودرا بانرخ ۶٪ درمدت ۵ ماه بمرابحه گذارد - درصورتیکه میدانیم سود اولی ۳ برابر سود دومی است معلوم کنید سرمایه وسود هریك را

(سرمایه اولی ۶۰۰۰ ریال-سوداولی ۳۶۰ ریال - سرمایه دومی ۴۸۰۰ ریال سود دومی ۱۲۰ ریال)

مسئله ۱۴۱ - شخصی ۷۵۰۰۰ ریال را بانرخ مجهولی دریکجا و ۴۵۰۰۰ ریال را با نرخ مجهول دیگر در بنگاه دیگری بمرابحه داد میدانیم سود سالیانه او جمعاً ۵۴۷۵ ریال و مجموع دونرخ دومرابحه ۹٫۵٪ است تعیین‌کنید نرخ های دو مرابحه را (اولی ۴٪ دومی ۵٫۵٪)

مسئله ۱۴۲ - مبلغ ۳۸۰۰ ریال را دریکجا بمرابحه داده‌ایم ودرجای دیگر مبلغ ۲۷۰۰ را بانرخی که ازنرخ اولی ۱٫۵٪ کمتر بود بمرابحه داده‌ایم - درصورتیکه میدانیم سود سالیانه اولی ۱۰۶٫۵ ریال بیش ازدومی بوده است معین کنید دونرخ را (اولی ۶٪ دومی ۴٫۵٪)

مسئله ۱۴۳ - شخصی ۳/۵ سرمایه خودرا بانرخ ۶٪ درمدت ۳ سال دریك بنگاه وبقیه را با نرخ ۷٪ در مدت دو سال در جای دیگر بمرابحه سپرده داد معین کنید سرمایه اصلی را درصورتیکه پس از این مدت سود اولی ۵۴۰ ریال کمتر از سود دومی بوده است (۴۵۰۰۰ ، ۱۸۰۰۰ ، ۲۷۰۰۰)

مسئله ۱۴۴ - سرمایه‌ایرا بانرخ ۹٪ درمدت ۲۵۲ روز بمرابحه گذارده‌ایم اگر سال را ۳۶۰ روز یا ۳۶۵ روز حساب کنیم در سود تفاوتی حاصل میشود مطلوب است تعیین سرمایه درصورتیکه این تفاوت [illegible] ریال تقریب برابر ۵۶ ریال است (سرمایه ۶۰۰۰۰ ریال)

مسئله ۱۴۵ - شخصی سرمایه‌ایرا بانرخ مجهولی درمدت [illegible] بمرابحه داد و ۳۵۴۰ ریال سود [illegible] شخص دیگر سرمایه [illegible] بانرخی [illegible] بیشتر [illegible] درمدت [illegible] بمرابحه گذاشت و ۳۵۷۰ ریال سود [illegible]

([illegible])

مسئله ۱۴۶ - سرمایهٔ با نرخ ٪۰.۵ بمرابحه داده شده پس از مدتی سود و سرمایه آن جمعاً ۹۲۰۰ ریال شده درصورتیکه همان سرمایه را با نرخ ٪۰.۸ در همان مدت بمرابحه بگذاریم سود وسرمایه آن ۹۹۲۰ ریال میگردد مطلوبست سرمایه ومدت مرابحه (سرمایه ۸۰۰۰ ریال - مدت ۳ سال)

مسئله ۱۴۷ - شخصی سرمایهٔ را بانرخ ٪۰.۵ بمرابحه داد پس ازمدتی ۱۵۰۰ ریال بابت سود آن دریافت کرد شخصی دیگر سرمایهٔ را که ۲۰۰۰ ریال بیش ازاولی بود درهمان مدت بانرخ ٪۰.۶,۵ بمرابحه گذاشت درصورتیکه سود دویمی ۲۲۷۵ ریال باشد تعیین کنید دوسرمایه ومدت مشترك را

(سرمایه اولی ۱۲۰۰۰ ریال - سرمایه دویمی ۱٤۰۰۰ ریال - مدت دو سال و نیم)

مسئله ۱۴۸ - شخصی ٦١٠٠٠ ریال ازسرمایه خود را بنام سه پسرش که به ترتیب ۱۹ و ۱۷ و ۱۲ سال داشتند بانرخ ٪۰.۱۰ در بنگاهی بمرابحه گذاشت بطوریکه اندوخته هریك بابت سود وسرمایه پس از انجام خدمت نظام وظیفه (سن ۲۳ سالگی) برابر گردد مطلوبست سهم هریك واندوخته هرکدام درسن ۲۳ سالگی

(سهم اولی ۲٤۰۰۰ ریال - دویمی ۲۱۰۰۰ ریال و سومی ۱٦۰۰۰ ریال اندوخته هریك در ۲۳ سالگی ۳۳٦۰۰ ریال)

مسئله ۱۴۹ - سرمایه شخصی ۱۹۵۰۰ ریال است قسمتی از این سرمایه با نرخ ٪۰.٦ درمدت ۸ ماه وبقیه بانرخ ٪۰.۵ درمدت شش ماه بمرابحه داده شده درصورتیکه دوسود مساوی باشند مطلوبست دوقسمت سرمایه (۷۵۰۰ ریال و ۱۲۰۰۰)

مسئله ۱۵۰ - شخصی ٥٤۰۰۰ ریال سرمایه خودرا بدوقسمت نموده قسمت اول را از قرار ٪۰.۵ و وقسمت دوم را بانرخ ٪۰.۷,۵ بمرابحه داد پس از ٦ ماه که سود های آنها را دریافت کرد پیش خود حساب نمود که اگر قسمت اول را با نرخ ٪۰.۷,۵ وقسمت دویم را با نرخ ٪۰.۵ بمرابحه گذارده بود درهمین مدت ۷۵ ریال بیشتر سود میبرد - مطلوبست دوقسمت سرمایه (اولی ۳۰۰۰۰ ریال دویمی ۲٤۰۰۰ ریال)

مسئله ۱۵۱ - شخصی قسمتی ازسرمایه خودرا بانرخ ٪۰.۵ وقسمت دیگر را با نرخ ٪۰.٦ بمرابحه داد پس از ۳ ماه جمعاً ٥٨۲,٥ ریال سود دریافت کرد اگر قسمت اول را با نرخ ٪۰.٦ ودویمی را با نرخ ٪۰.۵ در مدت ٥ ماه بمرابحه داده بود جمعاً ۱۰۰۰ ریال سود عایدش میشد مطلوبست سرمایه اصلی او

(اولی ۲٥۰۰۰ ریال دومی ۱۸۰۰۰ ریال و مجموع ٤۳۰۰۰ ریال)

مسئله ۱۵۳ - شخصی قسمتی ازسرمایه خودرا بانرخ ۶٪ وقسمت دیگر را بانرخ ۵٪ بمرابحه داد پس از ۸ ماه بابت سود و سرمایه هردو قسمت جمعاً ۱۵۸۵۸ ریال دریافت کرد - مطلوبست دوقسمت سرمایه هرگاه نسبت سرمایه اولی بدومی مانند ۸ باشد به ۹ (سرمایه اولی ۷۲۰۰ ریال دومی ۸۱۰۰ ریال)

مسئله ۱۵۳ - شخصی ۴/۷ سرمایه خود را با نرخ مجهولی بمرابحه داد و بقیه را نیز با نرخ دیگری بمرابحه گذاشت درصورتیکه سودهای سالیانه هر دو برابر ۱۶۲ ریال بوده است - اگر ۳۰۰ ریال بهریك ازسرمایه ها افزوده شود مجموع سود های سالیانه ۳۵۵٫۵ ریال میگردد مطلوبست سرمایه ها و نرخ ها

(۳۶۰۰ ریال بانرخ ۴٫۵٪ و ۲۷۰۰ ریال به نرخ ۶٪)

مسئله ۱۵۴ - شخصی ۶۰۰۰ ریال سرمایهٔ خود را بانرخ ۵٪ بمرابحه داد پس از سه ماه شخص دیگر ۴۵۰۰ ریال را بانرخ ۸٪ بمرابحه داد معین کنید اولاً پس از چه مدت سودهای این دو مرابحه برابر میگردد - ثانیاً پس ازچه مدت سود وسرمایه این دومرابحه برابر میشود (اولاً پس از ۱۵ ماه ثانیاً پس از ۲۶ سال و ۳ ماه)

مسئله ۱۵۵ - دو سرمایه که نسبت بهم مانند ۳ و ۷ بوده بمرابحه گذاشته شده اند سرمایه کمتر بانرخ ۶٪ در مدت سه سال و چهار ماه و سرمایه دیگر بانرخ ۵٪ در چهار سال و دو ماه درصورتیکه سود دومی ۷۷۲۵ ریال بیش از اولی باشد مطلوبست دو سرمایه .

(اولی ۲۷۰۰۰ ریال — دومی ۶۳۰۰۰ ریال)

بخش یازدهم

تنزیل

۱ - تنزیل بیرونی

۲۶۳ - تعریف ــ داد و ستد های تجارتی اغلب با پول نقد انجام نمیگیرد بلکه خریدار سند و عده داری بنام برات یا حواله بفروشنده میدهد یعنی تعهد میکند که بهای کالا را پس از مدت معینی بپردازد و واضح است که این بها با بهای نقدی کالا باید اختلاف داشته باشد یعنی اگر نقداً میخرید بهای آن کمتر میشد

اگر فروشنده پیش از موعد معین بوجه این برات احتیاج پیدا کرد میتواند آنرا ببنگاهی بفروشد ــ از این رو یك نوع داد وستد بنام داد و ستد اسناد یا براتها در بازرگانی ایجاد میگردد

مبلغی را که درسند یابرات نوشته شده ودهنده برات تعهد پرداخت آن را پس از مدت معینی نموده است مبلغ اسمی برات و آنچه را که بابت این سند پیش از انقضای مدت در هر موقع میتوان دریافت داشت مبلغ فعلی آن برات در آن موقع خوانند - اختلاف مبلغ اسمی و مبلغ فعلی را که عاید خریدار برات میشود و عبارتست از سود مبلغ اسمی برات در مدتی که تا انقضای وعده مانده تنزیل برات خوانند و این عمل بازرگانی را نیز تنزیل گویند پس

تنزیل = مبلغ فعلی — مبلغ اسمی

مثال - شخصی در اول مهر ماه ۱۳۱۷ ملك خود را یکساله به ۲٤۰۰۰ ریال اجاره داد که اجارهٔ آن را در اول تیرماه ۱۳۱۸ دریافت دارد و سند رسمی در این معامله بدست آورد - ولی اجاره‌دهنده روز اول اسفند ۱۳۱۷ بپول احتیاج پیدا کرد سند خود را در بنگاهی با نرخ ۶٪ تنزیل نموده - میخواهیم بدانیم چه مبلغ پول گرفته

حل - اگر شخص اجاره دهنده تا اول تیر ۱۳۱۸ تأمل می‌نمود ۲٤۰۰۰ ریال (مبلغ اسمی سند) دریافت میداشت ولی این شخص میخواهد پول خود را چهارماه زودتر بگیرد و چون در این مدت مبلغ اسمی مقداری سود میدهد این شخص نمیتواند تمام ۲٤۰۰۰ ریال را بگیرد بلکه مبلغی (تنزیل) از آن کم میگردد یعنی باید از مبلغ اسمی سود چهار ماهه ۲٤۰۰۰ ریال را از قرار نرخ ۶٪ کم کرد - میدانیم این سود برابر $۴۸۰ = \frac{۲۴۰۰۰ \times ۶ \times ۴}{۱۲۰۰}$ است و این مبلغ عبارتست از تنزیل سند - پس مبلغی را که شخص میتواند در اول اسفند ماه ۱۳۱۷ دریافت دارد عبارتست از : ریال $۲۳۵۲۰ = ۴۸۰ - ۲۴۰۰۰$ و مبلغ ۲۳۵۲۰ ریال عبارتست از مبلغ فعلی برات در آن تاریخ

۳۶۴ مسئله ۱ - تعیین مبلغ فعلی برات - برات بمبلغ ۱۸۰۰۰ ریال در تاریخ ۱٤ اردیبهشت قابل پرداخت است تعیین کنید اگر بخواهیم آنرا روز ۱۸ فروردین دریافت داریم و تنزیل با نرخ ۸٪ باشد چقدر پول میگیریم

حل - از ۱۸ فروردین تا ۱٤ اردیبهشت ۲۷ روز است پس باید سود ۱۸۰۰۰ ریال را با نرخ ۸٪ در این مدت حساب کنیم میشود :

$$۱۰۸ = \frac{۱۸۰۰۰ \times ۲۷ \times ۸}{۱۰۰ \times ۳۶۰}$$

این مبلغ عبارتست از تنزیل و چون آنرا ازمبلغ اسمی یعنی ۱۸۰۰۰ ریال کم کنیم مبلغ فعلی یعنی :

ریال ۱۷۸۹۲ = ۱۰۸ − ۱۸۰۰۰ بدست میآید

۳۶۵ مسئله ۲ـ تعیین مبلغ اسمی برات ـ مطلوبست مبلغ اسمی براتی که موعد پرداخت آن ۷ شهریور است و چون آنرا در ۲۷ تیر ماه با نرخ ۷٫۵٪ تنزیل کنیم ۳۵۶۸۵ ریال بابت مبلغ فعلی بما داده شود .

حل - میدانیم مبلغ فعلی برات برابر است با مبلغ اسمی منهای تنزیل که عبارتست از سود مبلغ اسمی ـ پس مسئله بدین صورت درآمده که در مرابحه ای سرمایه و سود مجهول ولی مدت نرخ و فضل سرمایه و سود معلوم است ـ

از ۲۷ تیر تا ۷ شهریور ۴۲ روز است ـ یکریال از مبلغ اسمی را اختیار میکنیم ـ سود این یکریال پس از ۴۲ روز بانرخ ۷٫۵٪ میشود $\frac{۱\times۷٫۵\times۴۲}{۱۰۰\times۳۶۰}=\frac{۷}{۸۰۰}$ ریال پس فضل سرمایه بر سود برای هریك ریال از سرمایه برابر $۱-\frac{۷}{۸۰۰}=\frac{۷۹۳}{۸۰۰}$ ریال میشود ـ و واضح است که چون ۳۵۶۸۵ را بر این برخه تقسیم کنیم مبلغ اسمی برات بدست میآید وآن عبارتست از

$$۳۵۶۸۵:\frac{۷۹۳}{۸۰۰}=۳۶۰۰۰ \text{ ریال}$$

تبصرة - از این دو مثال معلوم میگردد که حل مسئله های تنزیل عیناً بحل مسئله های مرابحه راجع میگردد .

۲ - تنزیل درونی

۳۶۶ - تعریف - چنانکه دیدیم درتنزیل بیرونی سود مبلغ اسمی را

بنام تنزیل ازمبلغ اسمی کم نموده بقیه را که مبلغ فعلی برات بود بصاحب برات میدادند ــ ولی ممکن است سود مبلغ فعلی برات را بنام تنزیل ازمبلغ اسمی آن کم نمود در این صورت مبلغ اسمی برابر است با مبلغ فعلی (سرمایه) باضافهٔ سود مبلغ فعلی (تنزیل درونی) ــ بنابر این مسئله های تنزیل درونی راجع میشود بمسائل سود وسرمایه

مسئله ــ مطلوبست مبلغ فعلی براتی که مبلغ اسمی آن ۷۵۰۰۰۰ ریال و ٦٦ روز پیش از موعد پرداخت آن بخواهیم آنرا با نرخ ۸٪ تنزیل درونی کنیم ــ

حل ـ میدانیم ۷۵۰۰۰۰ ریال عبارتست ازسرمایه بعلاوه سود که سرمایه آن مبلغ فعلی و سود آن تنزیل میباشد ــ چون ازدستور تعیین سرمایه وقتی مجموع سود وسرمایه معلوم باشد استفاده کنیم یعنی:

مبلغ فعلی = مبلغ اسمی ÷ (۱ + نرخ سود × مدت) [formula largely illegible] ــ معلوم میشود که مبلغ فعلی عبارتست از

$$\frac{750000}{1+\frac{8}{100}\times\frac{66}{360}} = 739159$$

تبصره ـ اگر تنزیل بیرونی همین برات را حساب کنیم چنین می شود

$$\text{تنزیل بیرونی} = \frac{750000 \times 66 \times 8}{360 \times 100} = 11000$$

پس مبلغ فعلی با تنزیل بیرونی میشود

۷۵۰۰۰۰ ــ ۱۱۰۰۰ = ۷۳۹۰۰۰ یعنی تفاوت بین دو مبلغ فعلی

در تنزیل بیرونی و درونی ۱۵۹ = ۷۳۹۰۰۰ ــ ۷۳۹۱۵۹ است

از اینجا معلوم میگردد که تنزیل بیرونی بنفع بانکهایی است که برات را میخرد و تنزیل درونی بنفع فروشنده برات است ولی در بانکها هیچ گاه تنزیل درونی را بکار نمیبرند

۳ - تبدیل چندین برات بیک برات

۳۶۷ - مسئله ۱ - شخصی ۳ برات دارد اولی بمبلغ ۱۲۰۰۰ ریال که ۲۵ روز بموعد پرداخت آن مانده - دومی ۱۸۰۰۰ ریال که ۴۰ روز بموعد پرداخت آن مانده سومی ۳۰۰۰۰ ریال که ۱۸ روز بموعد پرداخت آن مانده - این شخص میخواهد برات خودرا بیك برات تبدیل کندبطوریکه مبلغ اسمی آن برابر مجموع مبلغهای اسمی سه برات و مبلغ فعلی آن نیز برابر مجموع مبلغهای فعلی آن سه برات باشد - مطلوبست موعد پرداخت این برات در صورتیکه نرخ تنزیل ٪۶ است

حل - واضح است تنزیل این یك برات برابر مجموع تنزیلهای سه برات اولی خواهد بود - پس تنزیل هر یك از این سه برات را حساب میکنیم بترتیب میشود :

$$\frac{۱۲۰۰۰\times۶\times۲۵}{۳۶۰\times۱۰۰}=۵۰^{\text{ریال}} \qquad \frac{۱۸۰۰۰\times۶\times۴۰}{۳۶۰\times۱۰۰}=۱۲۰^{\text{ریال}} \qquad \frac{۳۰۰۰۰\times۶\times۱۸}{۳۶۰\times۱۰۰}=۹۰^{\text{ریال}}$$

پس تنزیل یك برات می شود $۵۰+۱۲۰+۹۰=۲۶۰$ ریال و چون مبلغ اسمی آن برابراست با $۱۲۰۰۰+۱۸۰۰۰+۳۰۰۰۰=۶۰۰۰۰$ و نرخ آن ٪۶ است موعد پرداخت آن بروز عبارت است از:

$$\frac{۱۰۰\times۲۶۰\times۳۶۰}{۶۰۰۰۰\times۶}=۲۶^{\text{روز}}$$

پس آن یک برات بمبلغ ۶۰۰۰۰ ریال و ۲۶ روز دیگر قابل پرداخت است - مدت ۲۶ روز را موعد میانگین این سه برات خوانند

تبصره مهم - میتوان بآسانی دید که میانگین تابع نرخ تنزیل نیست یعنی اگر نرخ تنزیل تغیر نماید موعد میانگین تغییر نمیکند

۳۶۸-مسئله ۳ ــ سه برات داریم اولی بمبلغ ۷۶۰۰۰ ریال بموعد ۲۵ روز دومی بمبلغ ۳۰۰۰۰ ریال بموعد ۳۰ روز و سومی بمبلغ ۲۴۰۰۰ ریال بموعد ٤۵ روز میخواهیم این سه برات را بیك برات تبدیل کنیم که ۳٦ روز دیگر قابل پرداخت باشد ــ مطلوبست مبلغ اسمی این برات در صورتیکه نرخ تنزیل ۹٪ است

حل ــ واضح است که مبلغ فعلی این یك برات باید برابر حاصل جمع مبلغهای فعلی آن سه برات باشد پس مبلغهای فعلی هریك از آن سه برات را تعیین میکنیم :

$$۷۶۰۰۰-\frac{۷۶۰۰۰\times۹\times۲۵}{۳۶۰\times۱۰۰}=۷۵۵۲۵ \text{ ریال} \quad \text{و} \quad ۳۰۰۰۰-\frac{۳۰۰۰۰\times۹\times۳۰}{۳۶۰\times۱۰۰}=۲۹۷۷۵ \text{ ریال}$$

$$۲۴۰۰۰-\frac{۲۴۰۰۰\times۹\times٤۵}{۳۶۰\times۱۰۰}=۲۳۷۳۰ \text{ ریال}$$

پس مبلغ فعلی برات ما میشود ۱۲۹۰۳۰ ریال = ۲۳۷۳۰ + ۲۹۷۷۵ + ۷۵۵۲۵

حال باید مبلغ اسمی براتی را تعیین کرد که اگر آن را با نرخ ۹٪ در ۳٦ روز پیش از موعد تنزیل کنیم مبلغ فعلی آن ۱۲۹۰۳۰ ریال گردد ــ برای اینکار چنانکه ضمن تعیین مبلغ اسمی دیدیم بساید اول مبلغ فعلی براتی را که مبلغ اسمی آن یکریال است بدست آورد میشود :

$$۱-\frac{۹\times۳٦}{۳۶۰\times۱۰۰}=۱-۰٫۰۰۹=۰٫۹۹۱ \text{ ریال}$$

پس مبلغ اسمی براتی که مبلغ فعلی آن ۱۲۹۰۳۰ ریال است برابر

$$\frac{۱۲۹۰۳۰}{۰٫۹۹۱}=۱۳۰۲۲۰٫۸۰ \text{ (تقریباً)}$$

خواهد بود ــ پس مبلغ اسمی آن یك برات ۱۳۰۲۲۰٫۸۰ ریال و ۳٦ روز دیگر قابل پرداخت خواهد بود

مسئله ها

مسئله ۱۵۶ - شخصی ۲۵۰۰۰ ریال وام داردکه باید آنرا دراول تیرماه بپردازد - روز ۱۵ اردی بهشت براتی بمبلغ ۱۸۰۰۰ ریال که در ۱۷ مرداد قابل پرداخت است به بستانکار خود داد - تعیین کنید چه مبلغ باید نقداً بپردازد تاحسابش تصفیه گردد در صورتیکه نرخ تنزیل ۹٪ است (۷۱۳۲ ریال)

مسئله ۱۵۷ - شخصی مقداری آهن را که ۸۶۵۴ ریال خریده بود فروخت و براتی بمبلغ ۹۶۰۰ ریال بوعدهٔ ۳۳ روز گرفت - اگر این برات را فوراً بانرخ ۸٪ تنزیل نماید چقدر سود خواهد برد (۸۷۵ر۶۰ ریال)

مسئله ۱۵۸ - بازرگانی چند صندوق چینی خرید وبهای آنرا بوسیله براتی بمبلغ ۲۴۰۰۰ ریال و بموعد ۳۸ روز پرداخت - پس ۱۳ روز چینی ها را فروخت و بابت قیمت آن سندی بمبلغ ۲۶۰۰۰ ریال بموعد ۹۶ روز دریافت کرد مطلوبست سود بازرگان در صورتیکه نرخ تنزیل ۶٪ بوده است (۱۶۸۴ ریال)

مسئله ۱۵۹ - شخصی دو برات یکی بمبلغ ۷۵۰۰۰ ریال بموعد ۴۸ روزدیگری بمبلغ ۳۶۰۰۰ ریال بموعد ۶۰ روز را در بانکی تنزیل نمود و ۱۱۰۰۴۰ ریال دریافت نمود - معین کنید نرخ تنزیل را (۶٪)

مسئله ۱۶۰ - شخصی براتی داشت بمبلغ ۲۴۰۰۰ ریال بموعد ۳۰ روزشخص دیگری براتی داشت بمبلغ ۵۴۰۰۰ ریال بموعد ۴۰ روز - پس از تنزیل و گرفتن پول دومی ۲۹۶۶۰ ریال بیش از اولی دریافت داشت - تعیین کنید نرخ تنزیل را (۸۰۵٪)

مسئله ۱۶۱ - شخصی مبلغی وامدارد ومیتواندآنرا بدوطریق اداکند یکی با یك برات بمبلغ ۷۵۰۰۰ ریال بموعد ۹ ماه و دیگری با براتی بهمان مبلغ یعنی ۷۵۰۰۰ ریال بموعد ۴ ماه ولی بانرخی که ۵٪ بیش ازنرخ اولی است - تعیین کنید وام آن شخص و دو نرخ را (وام ۷۲۷۵۰ - نرخ اولی ۴٪ دومی ۹٪)

مسئله ۱۶۲ - مجموع مبلغهای اسمی دوبرات ۲۳۸۲۰۸ ریال است برات دومی بانرخ ۸٪ وبموعد ۴۲ روزمیباشد - معلوم کنید مبلغ اسمی هریك ازدوبرات را در صورتیکه میدانیم مبلغ فعلی برات دوم برابر یك چهارم مبلغ اسمی برات اولی است (اولی ۱۹۰۲۰۸ ریال دومی ۴۸۰۰۰ ریال)

مسئله ۱۶۳ - شخصی دو برات دارد اولی بموعد ۵۴ روز ودومی بموعد ۴۲ روز

و مبلغ اسمی برات دوم $\frac{۸}{۱۳}$ مبلغ اسمی برات اولی است میخواهیم مبلغ اسمی هر یک از دوبرات را تعیین کنیم در صورتیکه میدانیم اگر این دوبرات را بتاریخ ۸٪ تنزیل کنیم مجموع دو تنزیل برابر ۱۳۸۴ ریال میشود (اولی ۸۷۰۰۰ ریال دومی ۴۸۰۰۰ ریال)

مسئله ۱۶۴ ـ مطلوبست مبلغ اسمی براتی که ۵۴ روز بوعدهٔ پرداخت آن مانده و چون آنرا با نرخ ۶٪ تنزیل کنیم اختلاف تنزیل درونی و بیرونی آن ۵٫۴ ریال شود (۸۰۶۰۰ ریال)

مسئله ۱۶۵ ـ شخصی دوبرات دارد اولی بمبلغ ۴۲۰۰ ریال بموعد ۵ ماه ودومی بمبلغ ۵۴۰۰ ریال بموعد ۸ ماه میخواهد این دو برات را بیک برات بمبلغ اسمی ۹۷۵۷٫۴۵ ریال (با کمتر از یک دینار تقریب) تبدیل کند تعیین کنید موعد این دو برات را در صورتیکه نرخ تنزیل ۸٪ است (۹ ماه)

مسئله ۱۶۶ ـ شخصی میخواهد دوبراترا یکی بمبلغ ۷۰۰۰ ریال بموعد ۲ ماه و دیگری ۹۰۰۰ ریال بموعد ۴ ماه تبدیل کند بیک برات بمبلغ ۱۶۱۵۳٫۸۵ (با کمتر از یک دینار تقریب) بموعد ۵ ماه ـ تعیین کنید نرخ تنزیل را (۰٫۶)

مسئله ۱۶۷ ـ شخصی سه برات دارد اولی بمبلغ ۷۵۰۰۰ ریال بموعد ۷۲ روز دومی بمبلغ ۴۸۰۰۰ ریال بموعد ۴۵ روز وسومی بمبلغ ۳۶۰۰۰ ریال بموعد ۸۱ روز و میخواهد آنها را تبدیل بیک برات کند بموعد ۱۰۸ روز ـ تعیین کنید مبلغ اسمی این برات اخیر را در صورتیکه نرخ تنزیل ۸٪ است (۱۶۰۴۲۶٫۲۳ ریال)

مسئله ۱۶۸ ـ شخصی میخواهد ۲۱۳۹۶۶ ریال وام خودرا بسه براتکه مبلغ اسمی آنها برابر است بپردازد اولی بموعد ۳۸ روز دومی بموعد ۵۴ روز سومی بموعد ۴۰ روز ـ تعیین کنید مبلغ اسمی مشترک سه برات را در صورتیکه بدانیم نرخ تنزیل از قرار ۹٪ بوده است (۷۲۰۰۰ ریال)

بخش دوازدهم

تسهیم بنسبت و مشارکت

۱ - تسهیم بنسبت

۳۶۹ - تعریف - تسهیم بنسبت عبارتست از تقسیم کردن مقداری از یك چندی معین بین چند نفر بطوریکه اولا مجموع سهمها برابر آن مقدار مفروض و ثانیاً سهمهای هر یك متناسب با اعداد معلومی باشند

مثال ۱ - فرض کنیم ۲۴ ریال‌را بین دونفر قسمت نموده بـاولی ۱۰ ریال و بدومی ۱۴ ریال داده ایم - گوئیم این مبلغ بین این دونفر بنسبت ۵ و ۷ تقسیم شده زیرا $\frac{۵}{۷}=\frac{۱۰}{۱۴}=\frac{\text{سهم اولی}}{\text{سهم دومی}}$

مثال ۲ - در کوچه ای چهار خانه بردیف یکدیگر قرار گرفته اند وصاحبان این خانه ها بشرکت یکدیگر جوی آب وسطح کوچه راساختند هزینهٔ این کار جمعاً ۴۶۸۰ ریال شد - میدانیم درازای دیوارهای این خانه هابترتیب برابر است با: ۲۴ متر و ۱۷ متر و ۳۵ متر و ۱۴ متر - میخواهیم بدانیم هر یك چه مبلغ باید بدهند - قبلا تعیین میکنیم دارندهٔ هر یك متر دیوار چقدر باید بپردازد - جمع درازای دیوارها برابر ۹۰ متر = ۱۴ + ۳۵ + ۱۷ + ۲۴ میباشد وچون هزینهٔ کلی ساختمان ۴۶۸۰ ریال شده هزینهٔ ساختمان یك متر ۵۲ ریال = $\frac{۴۶۸۰}{۹۰}$ است پس مبلغی که صاحبان این خانه ها باید بپردازند عبارتست از: اولی ۱۲۴۸ ریال = ۵۲ × ۲۴ دومی ۸۸۴ ریال = ۵۲ × ۱۷

سومی ۳۵×۵۲=۱۸۲۰ ریال چهارمی ۱۴×۵۲=۷۲۸ ریال

و واضح است که حاصل جمع سهمها برابر هزینه کلی است:

۱۲۴۸+۸۸۴+۱۸۲۰+۷۲۸=۴۶۸۰

۲۷۰ - قاعده - برای تقسیم مقداری ازچندی معین به‌نسبت‌چند عدد مقدار مفروض را بمجموع این عددها قسمت نموده خارج قسمت‌را در هر یك از آن عددها ضرب میکنیم

مثال - میخواهیم مبلغ ۲۱۳۸۵ ریال را به نسبت عدد های $\frac{۲}{۳}$ و $\frac{۵}{۴}$ و $۱\frac{۷}{۸}$ قسمت کنیم - قبلاً این برخه‌ها را بیك برخه دومشترك تحویل میکنیم و چنین میشود .

$$\frac{۲}{۳}=\frac{۱۶}{۲۴} \qquad \frac{۵}{۴}=\frac{۳۰}{۲۴} \qquad ۱\frac{۷}{۸}=\frac{۴۵}{۲۴}$$

حال مبلغ مفروض را باید بنسبت برخه‌های $\frac{۱۶}{۲۴}$ و $\frac{۳۰}{۲۴}$ و $\frac{۴۵}{۲۴}$ تقسیم نمود - چون با ضرب هریك از این برخه ها در ۲۴ درنسبت‌بین آنها تفاوتی حاصل نمیشود میتوان ۲۱۳۸۵ را بنسبت برخه شمارها قسمت کرد - برای این کار این مبلغ را بر ۹۱=۴۵+۳۰+۱۶ قسمت میکنیم میشود ۲۳۵=$\frac{۲۱۳۸۵}{۹۱}$ و با ضرب ۲۳۵ در هریك از عددهای ۱۶ و ۳۰ و ۴۵ سهم هریك بترتیب بدست میآید - این سهمها عبارتنداز

۱۶×۲۳۵=۳۷۶۰ (اولی) ۳۰×۲۳۵=۷۰۵۰ (دومی)

۴۵×۲۳۵=۱۰۵۷۵ (سومی)

و واضح است که حاصل جمع سهمها برابر مبلغ اصلی است

۳۷۶۰+۷۰۵۰+۱۰۵۷۵=۲۱۳۸۵

تبصره - اگر همه عددهائی را که نسبت سهمها را مشخص میسازند در یك عدد ضرب و یا بر یك عدد تقسیم کنیم واضح است که درنسبت بین آنها و بالنتیجه درسهمها تغییری حاصل نمیشود. بنا بر این اگر این

عددها برخه ای باشند آنها را بیك برخه نام مشترك تحویل نموده عمل تسهیم رابنسبت برخه شمارها انجام میدهیم یعنی این عددها را دربرخه نام مشترکشان ضرب میکنیم - بهمین ترتیب میتوان عددهای نامبرده را برعدد معینی تقسیم نمود وبرای سهولت عمل بهتراست همیشه این عددها را بر بزرگترین مقسوم علیه مشترکشان قسمت کرد .

مثال ۱ - میخواهیم ۸٤۰ ریال را بنسبت عکس عددهای ۳ و ۵ و ٦ قسمت کنیم - عکسهای عددهای ۳ و ۵ و ٦ عبارتند ازبرخه های $\frac{1}{3}$ و $\frac{1}{5}$ و $\frac{1}{6}$ چون مانند مثال بالا عمل کنیم میبینیم که مبلغ مفروض را باید بنسبت عددهای ۱۰ و ٦ و ۵ قسمت کرد وسهمها بترتیب عبارت خواهند بود از ٤۰۰ ریال و ۲٤۰ ریال و ۲۰۰ ریال

مثال ۲ - میخواهیم عدد ٦۵۱ را بنسبت عددهای ۲ و ۵ بطوری قسمت کنیم که ضمناً سهمها بنسبت عکس دو عدد ۳ و ۸ نیز باشند بران اینکار باید عدد مفروض را بنسبت دو برخهٔ $\frac{2}{3}$ و $\frac{5}{8}$ یا دو برخهٔ $\frac{16}{24}$ و $\frac{15}{24}$ یا بالاخره بنسبت دو عدد ۱٦ و ۱۵ قسمت کرد سهمهابترتیب عبارتند از ۳۳٦ و ۳۱۵

۲ ـ مشارکت

۲۷۱ - **تعریف** - مقصود از حل مسئله های مشارکت عبارتست ازتعیین سود یا زیان چند نفرکه با سرمایه های معین درمدتهای مشخص ببازرگانی پرداخته اند .

۲۷۲ - **مسئله ۱** - سه نفربرای ساختن یك خانه شریك شدند اولی ۱۲۰۰۰ ریال و دومی ۱۸۰۰۰ ریال و سومی ۳۰۰۰۰ ریال

سرمایه بکار بردند - پس از ساختن خانه را به ۷۶۴۸۰ ریال فروختند مطلوبست سود هر یك از این سه نفر

حل - اولا واضح است که سود کلی برابر

$$76480 - (12000 + 18000 + 30000) = 76480 - 60000 = 16480 \text{ ریال}$$

میشود و باید این مبلغ را بنسبت سه سرمایه یعنی بنسبت سه عدد ۱۲۰۰۰ و ۱۸۰۰۰ و ۳۰۰۰۰ و یا بنسبت عدد های ۲ و ۳ و ۵ که از تقسیم هر یك از سرمایه بر بزرگترین مقسوم علیه مشترك یعنی ۶۰۰۰ حاصل شده قسمت کنیم - چون بموجب قاعده بالا عمل کنیم میبینیم سود ها بترتیب عبارت خواهند بود از

$\frac{16480}{10}\times 3 = 4944$ (دومی) $\frac{16480}{10}\times 2 = 3296$ (اولی)

$\frac{16480}{10}\times 5 = 8240$ ریال (سومی)

۲۷۳ - مسئله ۳ - شخصی با ۵۰۰۰ ریال سرمایه ببازرگانی پرداخت پس از ۳ ماه یك نفر دیگر با سرمایهٔ ۵۰۰۰ ریال با او شریك شد و پس از ۵ ماه دیگر شخص سومی با همان سرمایه یعنی ۵۰۰۰ ریال با آنها شریك شد - در آخر سال سود ویژهٔ آنها ۴۷۵۰ ریال بود تعیین کنید سود هر یك از این سه نفر را

حل - چون سرمایه های این سه نفر برابر است پس سودهای آنها متناسب با مدتی است که سرمایه هر یك بکار رفته، سرمایهٔ اولی ۱۲ ماه و سرمایهٔ دومی $12 - 3 = 9$ و سرمایهٔ سومی $9 - 5 = 4$ در کار بوده - پس باید مبلغ ۴۷۵۹ ریال را بنسبت سه عدد ۱۲ و ۹ و ۴ قسمت کنیم - سهمها بترتیب عبارت خواهند بود از ۲۲۸۰ و ۱۷۱۰ و ۷۶۰ ریال

۲۷۴ - مسئله ۳ - شخصی با سرمایه ۲۰۰۰۰ ریال بنگاه بازرگانی بر پا کرد - پس از ۳ ماه یکنفر دیگر با سرمایهٔ ۱۵۰۰۰ ریال با او شریك شد و پس از ۲ ماه دیگر شخص سومی با سرمایهٔ ۱۸۰۰۰ ریال با آنها شرکت کرد و پس ازسه ماه دیگر شرکت برچیده شد - تعیین کنید سود هر یك را در صورتیکه سود ویژهٔ آنها برابر ۱۵۰۲۸ ریال است

حل - چون سود ها هم با سرمایه ها یعنی باعدد های ۲۰۰۰۰ و ۱۵۰۰۰ و ۱۸۰۰۰ و هم با مدتها یعنی با عدد های ۸ و ۵ و ۳ متناسبند پس با حاصل ضرب هر سرمایه درمدتی که آن سرمایه بکاررفته متناسب میباشند - یعنی باید سود ویژه را بنسبت حاصل ضربهای :

۲۰۰۰۰×۸=۱۶۰۰۰۰ و ۱۵۰۰۰×۵=۷۵۰۰۰ و ۱۸۰۰۰×۳=۵۴۰۰۰

و یا بنسبت عدد های ۱۶۰ و ۷۵ و ۵۴ قسمت کرد - سهمها بترتیب عبارت خواهندبوداز: ۸۳۲۰(اولی) ۳۹۰۰(دومی) ۲۸۰۸(سومی)

۲۷۵ - قاعده کلی - برای تقسیم سود و زیان شرکت بین شرکا باید این سود و زیان را بنسبت سرمایه ها (اگر مدتها برابر باشند) یا بنسبت مدتها (اگر سرمایه ها برابر باشند) و یا بالاخره بنسبت حاصل ضربهای هریك ازسرمایه‌ها درمدتش (اگرهردو مختلف باشند) تقسیم نمود .

مسئله ها

مسئله ۱۶۹ ـ بازرگانی که بسه نفر بترتیب مبلغ ۲۴۰۰۰ ریال و ۲۰۰۰۰ ریال و ۵۶۰۰۰ ریال وام دارد ورشکست شده و ۸۹۷۲۵ ریال پول دارد ـ معین کنید بهریك از بستانکاران چقدر میرسد
(اولی ۲۱۵۳۴ ریال ـ دومی ۱۷۹۴۵ ریال ـ سومی ۵۰۲۴۶ ریال)

مسئله ۱۷۰ ـ دونفر دهقان باهم ۱۱۵ مترمکعب کود برای مزرعه‌های خود خریدند و هریك مقداری از آن را برداشته و بمزرعه خود بردند ـ مزرعه اولی در ۵ کیلو متری ومزرعه دومی در ۶ کیلو متری واقع است و قیمت یك متر مکعب کود ۳ ریال میباشد و هزینه باربری هرتن در یك کیلو متر ۰٫۵۰ ریال است ـ تعیین کنید مقدار کود هریك را درصورتیکه میدانیم پولهائی که این دونفر برای خرید کود وباربری آن داده اند برابر میباشد (اولی ۶۱ تن دومی ۵۵ تن)

مسئله ۱۷۱ ـ مبلغ ۱۶۱۰۰۰ ریال را بین سه نفر بطریقی تقسیم کنید که نسبت سهم اولی بدومی برابر $\frac{3}{2}$ و نسبت سهم دومی بسومی برابر $\frac{3}{4}$ باشد (اولی ۶۳۰۰۰ ریال ـ دومی ۴۲۰۰۰ ریال ـ سومی ۵۶۰۰۰ ریال)

مسئله ۱۷۲ ـ میدانیم بهای الماس باتوان دوم حجم آن متناسب است ـ قطعه الماسی داریم که ارزش آن ۱۸۱۳۰ ریال میباشد ـ این الماس بدو قطعه شده و نسبت حجم یکی از آن دو قطعه بدیگری مانند ۳ میباشد به ۴ ـ معین کنید ارزش هریك از دو قطعه را (کوچکتر ۳۳۳۰ ریال ـ بزرگتر ۵۹۲۰ ریال)

مسئله ۱۷۳ ـ مبلغ ۱۵۷۰۰۰ ریال را بین سه نفر بطریقی قسمت کنید که نسبت سهم اولی بدومی مثل ۳ باشد به ۲ و سهم سومی ۵۰۰ ریال از میانگین حسابی دو سهم دیگر کمتر باشد (اولی ۶۳۰۰۰ ـ دومی ۴۲۰۰۰ ـ سومی ۵۲۰۰۰ ریال)

مسئله ۱۷۴ ـ مقداری آجر سفید ازقرار هزاری ۲۰۰ ریال ومقداری آجر نراش از قرار هزاری ۲۵۰ ریال و مقداری آجر سرخ از قرار هزاری ۱۵۰ ریال خریدیم ـ قیمتهای این آجر ها برابر میشوند ـ تعیین کنید شمارهٔ آجر های هر نوع را درصورتیکه میدانیم اگر همه آجر ها سفید بود قیمت کل ۴۰۰۰ ریال بیش از قیمت فعلی بود (آجر سفید ۱۵۰ هزار ـ آجر تراش ۱۲۰ هزار ـ آجر سرخ ۲۰۰ هزار)

مسئله ۱۷۵ — دو نفر دهقان برای رساندن آب بمزرعهٔ های خود بشراکت سدی میبندند وقرار میگذارند که هزینهٔ آن بنسبت مستقیم مساحت مزرعه ها و بنسبت معکوس فاصله سد تا مزرعه تقسیم شود - مزرعه اولی ۴۰ آر و فاصله آن تا سد ۲۵ متراست مزرعه دومی ۷۵ آر وفاصله آن تاسد ۳۰ متراست تعیین کنید سهم هریك را درصورتیکه میدانیم هزینه کلی سد ۱۱۸۹ ریال بوده است

(اولی ۴۶۴ ریال دومی ۷۲۵ ریال)

مسئله ۱۷۶ — بسه نفر کارمند بنگاهی ۱۱۴۵۰ ریال انعام دادهشده میخواهیم این پول را بین آنها بنسبت مستقیم سالهای خدمت ونسبت معکوس حقوق ماهیانه تقسیم کنیم - اولی ۱۸ سال پیشینه خدمت و ۲۷۰۰ ریال حقوق دومی ۱۵ سال پیشینه خدمت و ۲۱۰۰ ریال حقوق و سومی ۱۲ سال پیشینه خدمت و ۱۵۰۰ ریال حقوق دارد تعیین کنید سهم هریك را

(اولی ۳۵۰۰ ریال - دومی ۳۷۵۰ ریال - سومی ۴۲۰۰ ریال)

مسئله ۱۷۷ — سه نفر هر یك مدتی سرمایه خود را در بنگاهی گزاردند اولی ۷۵۶۰۰ ریال را درمدت سه ماه ونیم دومی ۴۶۸۰۰ ریال را درمدت ۵ ماه ونیم و سومی ۵۸۹۰۰ ریال را در مدت ۶ ماه در آن بنگاه بکار انداختند - تعیین کنید سود هریك را درصورتیکه میدانیم مجموع سود ها برابر ۷۴۴۰۹ ریال بوده است

(اولی ۲۲۴۹۱ - دومی ۲۱۸۷۹ - سومی ۳۰۰۳۹ ریال)

مسئله ۱۷۸ — سه نفر هریك سرمایه‌ای را مدتی دربانکی گزاردندنسبت بسرمایهٔ اولی بدومی مثل ۲ است به ۳ ونسبت سرمایهٔ دومی بسومی مثل ۴ است به ۵ ومدتهائی که این سرمایه ها در آن بانك بوده بترتیب متناسبند با برخه های $\frac{3}{4}$ و $\frac{5}{6}$ و $\frac{3}{5}$ معین کنید سود هریك را درصورتیکه میدانیم سودکلی برابر ۴۸۹۷۵ ریال است

(اولی ۱۱۷۵۴ ریال - دومی ۱۹۵۹۰ ریال - سومی ۱۷۶۳۱ ریال)

بخش سیزدهم

آمیزه (اختلاط و امتزاج)

۱ - آمیزه

۲۷۶ تعریف ـ آمیزه عبارتست از آمیختن دو یا چند جسم جامد یا مایع

۲۷۷ انواع مسائل آمیزه ـ مسائل آمیزه بدو دسته تقسیم میشوند ـ دسته اول آنهائیست که درآنها مقدار جنسهای آمیختنی و بهای آنها معلوم است و میخواهیم بهای یك جنس آمیخته را بدست آوریم دسته دوم آنهائیست که درآنها بهای جنسهای آمیختنی معلومست ومیخواهیم نسبت مقادیر جنسهای آمیختنی را بدست آوریم

۲۷۸ مسئله ۱ ـ عطاری ۳ کیلوگرم چای را که بهای هر کیلوگرم آن ۳۶ ریال بود با ۵ کیلوگرم چای که قیمت یك کیلوگرم آن ۴۰ ریال است آمیخت مطلوبست قیمت یك کیلوگرم این آمیخته

حل - میدانیم ۳ کیلوگرم چای نوع اول ریال ۱۰۸ = ۳۶ × ۳ و ۵ کیلوگرم چای نوع دوم ریال ۲۰۰ = ۴۰ × ۵ ارزش دارند پس ارزش مجموع چنین میشود : ریال ۳۰۸ = ۲۰۰ + ۱۰۸ و چون ۸ کیلوگرم چای داریم پس بهای یك کیلوگرم آن ریال ۳۸٫۵ = $\frac{۳۰۸}{۸}$ خواهد بود

۲۷۹ قاعده ۱ - برای تعیین بهای یك آمیخته وقتی مقدار اشیاء آمیختنی وقیمت یکه هر یك در دست باشد بدواً مقدار هر جنس را در

قیمت یکه اش ضرب نموده مجموع این حاصل ضربها را بر مجموع مقدار جنسها تقسیم میکنیم -

۳۸۰ مسئله ۲ ـ نانوائی دو نوع آرد دارد اولی هرتنی ۶۰۰ ریال و دومی هرتنی ۷۲۰ ریال ارزش دارد میخواهد از آمیختن آنها آردی بدست آورد که هرتنی ۶۵۰ ریال ارزش داشته باشد تعیین کنید بچه نسبت باید از دو نوع بردارد

حل - یك تن آرد نوع اول برمیداریم و میخواهیم بدانیم چقدر آرد از نوع دویم باید بااین یك تن مخلوط نمود تا بهای مخلوط بدون سود و زیان هرتنی ۶۵۰ ریال گردد- اما ازیك تن آرد نوع اول که در مخلوط بکار رود (ریال ۵۰ = ۶۰۰ — ۶۵۰) ۵۰ ریال سود میبریم میخواهیم بدانیم چقدر آرد از نوع دویم باید با این یك تن مخلوط نمود تا ۵۰ ریال زیان داشته باشد ـ میدانیم از هریك تن آرد نوع دویم که در مخلوط باشد ۷۰ ریال زیان میبریم پس برای آنکه زیان ما برابر ۵۰ ریال سودباشد باید $\frac{۵}{۷}$ تن آرد از نوع دویم برداریم پس بازاء یك تن آرد از نوع اول باید $\frac{۵}{۷}$ تن آرد از نوع دویم برداریم وچون یك تن و $\frac{۵}{۷}$ تن را هفت برابر کنیم میشود ۷ و ۵ و یا بعبارت دیگر نسبت مقدار آرد نوع اول بمقدار آرد نوع دویم مثل نسبت ۷ میباشد به ۵ -

این نتیجه را بدین طریق نیز میتوان بدست آورد - گوئیم : از هر تن آرد اولی که در مخلوط بکار رود :

ریال ۵۰ = ۶۰۰ — ۶۵۰ سود عاید میشود و از هرتن آرد دویمی

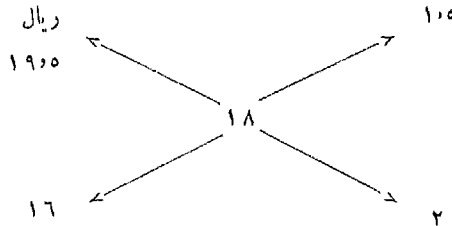
که در مخلوط باشد ریال ۷۰ = ۶۵۰ — ۷۲۰ زیان خواهد بود - حال

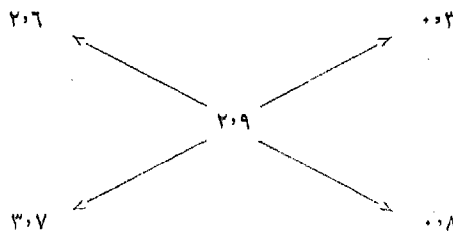
ببینیم چه مقداراز اولی وچه مقداراز دویمی باید برداشت و بهم آمیخت تا سود یکی برابر زیان دیگری گردد ـ واضح است که اگر ۷ تن از اولی برداریم ریال ۳۵۰ = ۵۰ × ۷ سود ـ و اگر ۵ تن از دویمی برداریم ریال ۳۵۰ = ۷۰ × ۵ زیان خواهیم داشت ـ پس نسبت مقدار آردی که از نوع اول برمیداریم بمقدار آردی که از نوع دویم برمیداریم باید مانند نسبت ۷ باشد به ۵

۲۸۱ قاعده ۲ ـ هرگاه بهای یک اشیاء آمیختنی وبهای یک آمیخته معلوم باشدوبخواهیم نسبت آمیزش را تعیین کنیم اختلاف قیمت یکه هریک از اشیاء را با بهای یک شیئی آمیخته تعیین میکنیم ـ نسبت مقدار اشیاء مخلوط کردنی برابر نسبت عکس این دو اختلاف میباشد

[illegible] = نسبت آمیزش

۲۸۳ مسئله ۳ ـ عطاری ۱۰ کیلوگرم قهوه که هر کیلوگرم آن ۱۹٫۵ ریال ارزش دارد و میخواهد آنرا با قهوه که هر کیلوگرم ۱۶ ریال ارزش دارد مخلوط کند تا مخلوط هرکیلوگرمی ۱۸ ریال ارزش داشته باشد ـ تعیین کنید چه مقدار قهوه نوع دویم لازم است

حل - چون مطابق قاعده دویم عمل کنیم چنین داریم :

میبینیم نسبت مقدار قهوه‌اول بمقدار قهوه دویم باید‌مثل نسبت ۲ باشد به ۵ر۱ یابه نسبت ٤ به۳ یعنی بازاء هرچهار کیلوگرم ازقهوه اولی باید ۳ کیلوگرم از قهوه دویمی برداشت یعنی باید ۵ر۷ $= \frac{۳}{٤} \times$ ۱۰ کیلوگرم از قهوه نوع دویم را با ۱۰ کیلوگرم قهوه نوع اول آمیخت

۳۸۳ مسئله ۴ - از آمیختن دو نوع سرکه که اولی هر یك من ٦ر۲ ریال ودویمی هریك من ۷ر۳ ریال ارزش دارد میخواهیم ۵ر٤۹ من سرکه بسازیم که هرمن آن ۹ر۲ ریال ارزش داشته باشد چون مطابق قاعده ۲ عمل کنیم چنین خواهیم داشت

چون هر ۸ من سرکه نوع اول را باید با ۳ من از سرکه نوع دویم آمیخت و چون ۵ر٤۹ رابه نسبت ۸و۳ قسمت کنیم میبینیم که

از سرکهٔ اول باید ۳۶ من = ۸ × $\frac{۴۹٫۵}{۱۱}$ و از سرکهٔ دویمی ۱۳٫۵ من = ۳ × $\frac{۴۹٫۵}{۱۱}$ برداشت و ممزوج کرد

۲۸۴ مسئله ۵ - بقالی پنج نوع عدس دارد که قیمت یک خروار آنها به ترتیب ۲۲٤ و ۲۵۰ و ۲۹۲ و ۳۰۸ و ۳۷۰ ریال میباشد میخواهد از آمیختن آنها مخلوطی بدست آورد که هر خروار آن ۲۸۳ ریال ارزش داشته باشد تعیین کنید از هر یک چه مقدار باید بردارد

حل - اگر یک خروار عدس اول و یک خروار عدس دویم را برداریم جمعاً

(۲۸۳ − ۲۲٤) + (۲۸۳ − ۲۵۰) = ۵۹ + ۳۳ = ۹۲ ریال

سود عاید ما میشود - و اگر یکخروار از عدس سوم و یکخروار از عدس چهارم و یک خروار از عدس پنجم را برداریم جمعاً

(۲۹۲ − ۲۸۳) + (۳۰۸ − ۲۸۳) + (۳۷۰ − ۲۸۳) = ۹ + ۲۵ + ۸۷ = ۱۲۱ ریال

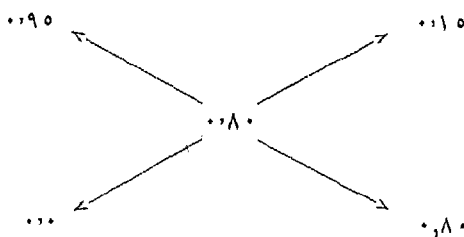
زیان میکنیم - چنانکه در مسئلهٔ دوم دیدیم برای اینکه سود برابر زیان باشد باید از هر کدام از عدسهای دستهٔ اول ۱۲۱ خروار و از هر یک از عدسهای دستهٔ دویم ۹۲ خروار برداریم -

تبصره - بر دانش آموزان است که با امتحان این مسئله نتیجهٔ آنرا تحقیق کنند -

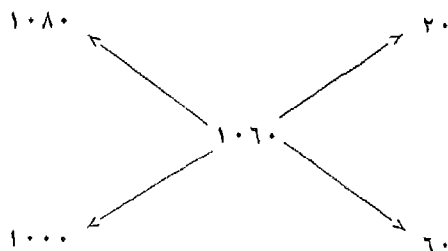
۲۷۵ - قاعده ۳ - هر گاه در مسائل آمیزه شمارهٔ شیء آمیختنی بیش از ۲ باشد و بهای یکا شیء آمیختنی و بهای یکا آمیخته معلوم باشد و بخواهیم نسبت آمیزش را بدست آوریم اختلاف قیمت یکا هر یک از اشیاء را با قیمت یکا آمیخته تعیین کرده باندازهٔ مجموع سودها

ازهر یک اشیائی که زیان میدهد وباندازهٔ مجموع زیانها ازهریک از اشیائی که سود میدهد بر میداریم -

۲۸۶ - مسئله - ۶ - چه مقدار آب باید در ٤۰ لیتر سرکه لیتری ۰٫۹۵ ریال ریخت تا بهای یک لیتر سرکهٔ آمیختهٔ با آب ۰٫۸۰ ریال گردد

حل - با در نظر گرفتن اینکه آب ارزش ندارد مطابق قاعده ۲ عمل میکنیم چنین میشود -

میبینیم که باید با هر ۸۰ لیتر سرکه ۱۵ لیتر آب آمیخت پس در ٤۰ لیتر سرکه باید ۷٫۵ لیتر آب ریخت

۲۸۷ - مسئله - ۷ - ۲۷ لیتر آب دریا داریم که هر لیتر آن ۱۰۸۰ گرم وزن دارد معین کنید چند لیتر آب خالص باید با آن آمیخت تا هر لیتر ممزوج ۱۰۶۰ گرم وزن داشته باشد (وزن یک لیتر آب خالص را ۱۰۰۰ گرم فرض میکنیم) -

حل - باز مطابق قاعده ۲ عمل میکنیم چنین میشود

یعنی باید هر ۶ لیتر آب دریا را با ۲ لیتر آب خالص ممزوج

نمود پس ۲۷ لیتر آب دریا را با ۹ = $\frac{۲}{۶}$ × ۲۷ لیتر آب خالص ممزوج کرد

۲ ـ آلیاژ ها

۳۸۸ ـ تعریف ـ هرگاه مقداری از ۲ یا چند فلز مختلف با هم گداخته شود فلزی را که بدین ترتیب بدست میآید آلیاژ خوانند

معمولا فلزات قیمتی (سیم ـ زر ـ زر سفید) را بتنهائی یعنی بطور خالص دربازرگانی بکار نمیبرند زیرا بزودی سائیده و ازمقدار آن کاسته میشود

برای استحکام و دوام اشیائی که با این فلزها ساخته میشوند آلیاژی از این فلز های قیمتی با فلز های دیگر (مانند مس یا آلومینیوم) میسازند

۳۸۹ ـ عیار و بار ـ فرض کنیم آلیاژی از ۹۲ گرم طلای خالص و ۸ گرم مس بسازیم گوئیم عیار این آلیاژ ۰٫۹۲ = $\frac{۹۲}{۱۰۰}$ و بار آن ۰٫۰۸ = $\frac{۸}{۱۰۰}$ میباشد

پس عیار عبارتست از نسبت وزن فلز قیمتی بوزن آلیاژ و بار عبارتست از نسبت وزن فلز کم بها بوزن آلیاژ

عیار = [illegible] و بار = [illegible]

تبصره ـ در مسائل آلیاژ [illegible] مسائل آمیزه است فقط بجای [illegible] چیزهای آمیخته [illegible] عیار آلیاژها یا فلزهائی را که [illegible]

۳۹۰ - **مسئله ۱** ـ ۵۰ گرم زر بعیار ۷۵۰ر۰ و ۴۰ گرم زر بعیار ۹۰ر۰ و ۳۰ گرم مس خالص را باهم گداخته‌ایم تعیین کنید عیار شمش حاصل را

مقدار زر ویژه اولی ۵ر۳۷ گرم = ۵۰ × ۷۵۰ر۰

مقدار زر ویژه دومی ۳۶ گرم = ۴۰ × ۹۰ر۰

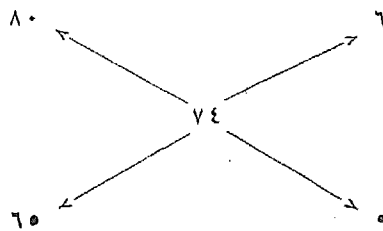
پس مقدار زر ویژه موجود در شمش حاصل برابر است با

گرم ۵ر۷۳ = ۳۶ + ۵ر۳۷

و چون وزن شمش حاصل برابر است با گرم ۱۲۰ = ۳۰ + ۴۰ + ۵۰

پس عیار شمش ما مساویست با $\frac{۷۳٫۵}{۱۲۰}$ = ۶۱۲۵ر۰

۳۹۱ - **مسئله ۲** زرگری ۲۷ گرم زر بعیار ۸۰ر۰ دارد چقدر زر بعیار ۶۵ر۰ باید با آن بگدازد تا شمشی بعیار ۷۴ر۰ بدست آورد-

حل - چون مطابق قاعده دویم آمیزه عمل کنیم چنین خواهیم داشت

یعنی با هر ۹ گرم زر اولی باید ۶ گرم از زر دویمی گداخت

پس با ۲۷ گرم از زر اولی باید ۱۸ گرم = $\frac{۶}{۹}$ × ۲۷ از زر دویمی گداخت

تبصره ۱ ـ واضح است عیار زر ویژه برابر ۱ و عیار مس خالص برابر صفر است

تبصره ۲ ـ مسئله های انواع دیگر آلیاژ ها عیناً مانند مسائل آمیزه حل میگردد-

مسئله ها

مسئله ۱۷۹ - دونوع آرد داریم یکی کیلوگرمی ۱۸ر۰ ریال ودیگری کیلو-گرمی ۹۹ر۰ ریال ارزش دارند بچه نسبت باید آنها را با هم آمیخت و نان پخت که نان آن کیلوگرمی ۴۸ر۰ ریال تمام شود در صورتیکه میدانیم هر ۱۰۰ کیلوگرم آرد ۱۲۵ کیلوگرم نان میدهد و ۱۰۰ کیلوگرم نان ۱۲ ریال دستمزد پختن وهزینه سوخت لازم دارد - (بطور مساوی)

مسئله ۱۸۰ - یک لیتر آب دریا ۱۰۸۰ گرم وزن دارد درظرفی که گنجایش ۳۰ لیتر دارد آب دریا با آب خالص ریختیم وظرف را پر کرده ایم اگر وزن ظرف ومایع آن جمعاً ۰۹ر۳۲ کیلوگرم باشد و بدانیم وزن ظرف خالی ۶۵ر۰ کیلوگرم است معین کنید مقدار آب دریا و آب خالص را (۱۸ لیتر آب دریا و ۱۲ لیتر آب خالص)

مسئله ۱۸۱ - در کارخانه قند سازی دونوع چغندر بکار میرود یکی ۱۱ درصد قند دارد و دیگری ۵ر۹ در صد و میدانیم ۷ر۰ قند موجود در چغندر ها گرفته و بقیه تلف میشود معین کنید چه مقدار از چغندر نوع اول باید با ۲۴ تن چغندر نوع دویم مخلوط نمود و در کارخانه بکار برد تا از مخلوط عملا هفت درصد قند بدست آید (۱۲ تن)

مسئله ۱۸۳ - بنگاهی از آمیختن دو نوع چای یکی کیلوگرمی ۳۵ ریال و دیگری کیلوگرمی ۴۲ ریال یکصندوق ۱۰۰ کیلوگرمی چای درست کرد که چون آن را به ۶ر۴۲۳۳ ریال فروخت ۱۲ در صد از بهای تمام شده سود برد مطلوبست مقدار هر یک از دو چای (از اولی ۶۰ و از دومی ۴۰ کیلوگرم)

مسئله ۱۸۳ - عطاری میخواهد ازمخلوط کردن سه نوع قهوه یکی کیلوگرمی ۱۳ ریال دومی کیلوگرمی ۱۶ ریال سومی کیلوگرمی ۲۰ ریال ۱۸۰ کیلوگرم قهوه بسازد که هر کیلوگرم آن ۱۵ ریال ارزش داشته باشد ازهر کدام چقدر لازم است (از اولی ۱۰۸ از دومی وسومی هریک ۳۶ کیلوگرم)

مسئله ۱۸۴ - عکاسی مقداری محلول ۵ در صد سولفیت دارد میخواهد نیم لیتر محلول سولفیت بسازد که ۲ر۲ در صد هزار محلول باشد معین کنید چقدر آب خالص و چقدر از محلول اولی لازم است (۵ر۷ سانتیمتر مکعب از محلول اول لازم است)

مسئله ۱۸۵ - دوشمش سیم داریم اگر یك کیلو گرم از اولی ویك کیلو گرم از دومی را با هم بگدازیم عیار شمش حاصل ۸۵ر۰ و اگر دو کیلو گرم از اولی و۳ کیلو گرم ازدومی را باهم بگدازیم عیار شمش حاصل ۸۶ر۰ خواهد بود مطلوبست عیار هر یك از دو شمش   (اولی ۸۰ر۰   و دویمی ۹۰ر۰)

مسئله ۱۸۶ - دوشمش سیم یکی بعیار ۷۰ر۰ ودیگری بعیار ۹۰ر۰ را باهم گداخته ایم عیار شمش حاصل ۸۴ر۰ شده و چون ۱۰۰ گرم سیم ویژه با این شمش اخیر بگذاریم عیار شمشی که بدست میآید ۹۲ر۰ میشود مطلوبست وزن هر یك ازدو شمش اول -   (اولی ۳۰ گرم — دویمی ۷۰ گرم)

مسئله ۱۸۷ - ۲۱ کیلو گرم سیم بعیار ۸۰ر۰ را با دوشمش سیم دیگر که عیار اولی ۹۰ر۰ وعیار دیگری ۶۰ر۰ ونسبت وزنهای آنها بیکدیگر مثل نسبت ۲ بود به ۵ با هم گداخته ایم تعیین کنید وزن این دو شمش را در صورتیکه میدانیم عیار شمش حاصل ۷۲ر۰ است   (اولی ۱۴ کیلو گرم — دویمی ۳۵ کیلو گرم)

مسئله ۱۸۸ - سه شمش زرداریم که عیارهای آنها بترتیب عبارتند از ۷۵ر۰ و ۸۵ر۰ و ۹۵ر۰ چه مقدار از هر یك از دو شمش اول را باید با ۵۰۰ گرم از شمش سوم با هم گداخت تا یك کیلو گرم زر بعیار ۸۸ر۰ بدست آید.

(۲۰۰ گرم از اولی   و ۳۰۰ گرم از دویمی)

پایان

فهرست

صفحه

غلط نامه

صفحه	سطر	درست
۹	۱۱	با حرف (و)
۳۷	۲۳	۳۵۰ میگردد
۳۷	۲۴	جواب ۱۴ و ۲۳
۵۵	٤	در چپ آن میگذاریم
٦۵	۸	تمام هندوانه ها را که ۲۱۰ عدد بود
٦۵	۸	و ۵ر۹ ریال بیش
٦٦	۵	جمعاً مبلغ ۸۵ر۱۳۵۲ ریال
٦٦	٦	جمعاً ٤۵ر۱۵۳۹ ریال
٦٦	۲۵	به ۲۰ر٤۲۳ ریال
٦۷	۳	سود بزاز ۲۰ر۵۵ ریال
٦۷	۹	دسته اول ۵۲۰ ریال دسته سوم ۱٦۰ ریال
٦۷	۱۷	به ۳۵٦٤۰ ریال
٦۷	۲۰	زمین ۱٦۲۰۰ متر مربع
٦۸	۲	٤ تخت خواب
٦۸	٦	۱۲۳ سال خواهد بود
٦۸	۱٤	۹ر۶۵۰ ریال
٦۸	۱۵	۱۰ ریال بیش از آنچه خریده بود
۷۱	۱٤	روغنها را با ۱۰ر۳ ریال هزینه
۷۱	۲۰	ولی اگر دو گاو دیگر بهمان
۷۳	۱۷	۵ر٤۵ ریال ذخیره
۷٦	۲۰	که نمای آن فضل نمای مقسوم باشد
۹۸	۱۱	در ذهن در خود ضرب
۱۵۳	٦	$\frac{۲۵}{۳٦}=\frac{۱۲۵}{۱۸۰}$
۲۰۲	۳	اولی ۷۸۰۰۰ ریال
۲۰۸	۱۱	اولی ٦۰ تن